

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS



**MODELOS PARA LA INTERACCIÓN VISCOSA
DEL VIENTO SOLAR CON PLANETAS NO
MAGNETIZADOS**

TESIS

que presenta para obtener el título de

FÍSICO

ENRIQUE DÍAZ MÉNDEZ

Ensenada, Baja California.

Agosto 2008

MODELOS PARA LA INTERACCIÓN VISCOSA DEL VIENTO
SOLAR CON PLANETAS NO MAGNETIZADOS

TESIS DE LICENCIATURA EN FÍSICA

APROBADA POR:



DR. MAURICIO REYES RUÍZ
PRESIDENTE DEL JURADO



FÍS. FRANCISCO JUÁREZ GARCÍA
SECRETARIO



DR. ROBERTO VÁZQUEZ MEZA
1ER. VOCAL

Agradecimientos

A mi familia. Mis papas. Mis Padrinos. Mis hermanos. Que siempre me han apoyado y mellado. Sin mi familia no seria. Y gracias a ellos sigo siendo. No hay forma en que pueda agradecerles todo lo que han hecho por mi.

A mi novia Mayra que queria un capitulo entero de agradecimientos. Pero en ausencia de eso le escribo un parrafito para decirle quien te quiere?. Y que sin ella la carrera no hubiera sido igual.

Y a los padres de Mayra; dificilmente hubiera encontrado suegros tan buenos.

A mis amigos: Angelito, Moy, Trini, Markito, Joaquin, Ivan, Jedi, Walter. La palabra diversión cobra un nuevo sentido cuando estoy con ustedes.

A mis profesores que más bien son profe-amigos, que no solo me obligaron a pasar largas horas estudiando sino que siempre me han brindado apoyo y consejos: Gilberto, Harvi, Valencia, Rene, Michael, Vazquez, Juarez.

Agradezco a mi director de tesis, Dr. Mauricio Reyes Ruiz, por su amistad, apoyo y guía. Desde termodinamica, pasando por mis servicio profesional y mi posterior tesis, he permanecido bajo su tutela, no podría haber tenido un mejor asesor.

A la Facultad de Ciencias de la UABC por permitirme realizar mis estudios.

Al instituto de Astronomía y al apoyo brindado por el proyecto DGAPA-UNAM, No INI05-505-3, mediante la cual recibí una beca.

RESUMEN de la tesis como requisito parcial para la obtención de la Licenciatura en Física presenta Enrique Díaz Méndez. Ensenada, Baja California, México, Junio del 2008.

Modelos para la interacción viscosa del viento solar con planetas no magnetizados

Resumen aprobado por



DR. MAURICIO REYES RUIZ
Director de Tesis

La solución al problema de describir la interacción del viento solar con un cuerpo no magnetizado (como Venus o Marte), debe satisfacer las ecuaciones de la magnetohidrodinámica, tanto en el exterior como en el interior del obstáculo, así como las condiciones de interacción entre los iones del viento solar, de la ionofunda y los átomos y moléculas neutras de la ionosfera y exosfera del planeta. Es por ello que incluso en el caso más estudiado, que corresponde a Venus, donde se tienen observaciones hechas a lo largo de más de dos décadas por distintos satélites artificiales, existe aun una controversia para justificar a qué se deben las principales características del flujo de plasma en la ionofunda de dichos cuerpos sobre los polos magnéticos y detrás de éstos. La controversia se centra en dos posibles soluciones. La primera establece que los campos eléctricos y magnéticos resultantes de la interacción del viento solar con la ionósfera de dichos cuerpos, así como el proceso de asimilación de masa, son los que dan origen a las características del flujo observado. La segunda establece que la interacción entre el viento solar y la ionósfera de los planetas no magnetizados está dominada por efectos viscosos

En este trabajo se describe la elaboración de un código 2D de diferencias finitas para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de energía, que permite llevar a cabo simulaciones numéricas de la interacción entre el viento solar y las regiones polares magnéticas, considerándolo como un proceso hidrodinámico. Se modela la interacción alrededor de los polos magnéticos del planeta, donde los efectos viscosos son más importantes, considerando a la región de interacción entre el plasma ionosférico y el viento solar como una placa plana. Se comprobará si los resultados del modelo concuerdan con los flujos observados en la ionofunda de Venus para determinar qué tanta influencia tiene la viscosidad en la interacción entre el viento solar y los cuerpos no magnetizados.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. El Viento Solar	3
1.2. La Interacción del Viento Solar con los Planetas	4
2. Fuerzas Viscosas Alrededor de Ionósferas Planetarias.	9
2.1. Observaciones de Venus y sus Interpretaciones.	10
2.2. Elementos de la Interacción de Venus con el Viento Solar.	10
2.2.1. Viento Solar en Venus	10
2.2.2. Frente de Choque	11
2.2.3. Ionopausa	11
2.3. Modelos de la Interacción con el Viento Solar.	13
2.3.1. Teoría de Asimilación de Iones (Ion Pickup).	13
2.3.2. Modelo de Flujo Viscoso (Pérez-de-Tejada).	14
3. Ecuaciones Fundamentales	17
3.1. Ecuación de Continuidad	19
3.2. Ecuación de Momento	19
3.3. Ecuación de Energía	21
4. Solución Numérica de las Ecuaciones de Navier-Stokes: Flujo Supersónico Sobre una Placa Plana	22
4.1. Ecuaciones que gobiernan el flujo.	25
4.1.1. Dominio Computacional	29
4.1.2. Esquema de MacCormack.	29
4.1.3. Cálculo del Paso de Tiempo y de Espacio.	34
4.1.4. Condiciones Iniciales y de Frontera.	37

5. Descripción del Código	40
5.1. El Programa Principal	41
6. Resultados	49
6.1. Pruebas del Código.	49
6.2. Aplicación con la Ionósfera de Venus.	58
6.2.1. Parámetros de Referencia.	59
7. Conclusiones	65
Bibliografía	67
Código	71

Capítulo 1

Introducción

Hay ocho planetas en órbita alrededor del Sol, que podemos catalogar en dos familias, *terrestres* y *gigantes*, distinguibles por su tamaño, composición y radio orbital. La familia de los planetas gigantes contiene cuatro planetas que consisten principalmente de material gaseoso; Júpiter, el más grande de ellos, tiene un diámetro que es aproximadamente una décima parte del tamaño del diámetro del Sol y una masa de poco más de 300 veces la masa de la Tierra. Los restantes cuatro planetas interiores además de tener órbitas menos espaciadas, son mucho menores en tamaño y masa. Estos cuatro planetas internos son rocosos y tienen atmósferas cuya composición y densidad varía significativamente entre ellos; sin embargo, sus atmósferas son minúsculas comparadas con la de los planetas gigantes. De hecho, la atmósfera de Mercurio es tan delgada que apenas fue descubierta recientemente (De Pater & Lissauer, 2001).

Otra característica física importante que tienen los planetas es su campo magnético, el cual se origina en su interior por un proceso que aún no se entiende totalmente. A pesar de esto, existe un relativo consenso de que el campo magnético de la Tierra, que corresponde al momento de un dipolo de $\simeq 8 \times 10^{15} \text{ Tm}^{-3}$, es generado por un tipo de mecanismo de *dínamo* que convierte energía mecánica en la energía del campo magnético. Además de la Tierra, los cuatro planetas gigantes y Mercurio tienen campos magnéticos originados en su interior (De Pater & Lissauer, 2001).

Al igual que los planetas, el Sol tiene un campo magnético, con un momento dipolar de $\simeq 8 \times 10^{22} \text{ Tm}^{-3}$, lo que equivale a un campo magnético \vec{B} superficial de $1.12 \times 10^{41} \gamma$ ($1\gamma = 10^{-9} \text{ T}$), pero en la vecindad de la Tierra este campo es de 0.02γ , el cual es despreciable comparado al campo en la superficie de la Tierra, que tiene un valor promedio de 0.6γ . La forma de las líneas de campo del planeta se aproximan a las de un dipolo (ver Figura 1.1) pero sólo mantienen dicha forma a distancias cercanas al planeta y más allá de una altura de aproximadamente 100 km abajo de la cual predominan efectos superficiales. Lejos de la superficie del planeta el campo se modifica al interactuar con el *viento solar*, un flujo de partículas cargadas emanadas del Sol que impregnan todo el Sistema Solar.

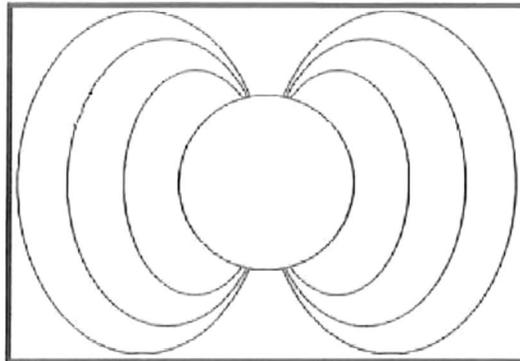


FIGURA 1.1. Líneas del Campo Magnético para un dipolo.

1.1. El Viento Solar

El concepto del viento solar fue desarrollado en la década de 1950. Biermann (1951) observando la cola de cometas mientras pasaban cerca del Sol, llegó a la conclusión de que la orientación de dicha cola se debía al efecto de un flujo constante de protones que provenían del Sol. Parker (1959) justificó este hecho demostrando que la corona del Sol necesariamente se tiene que expandir como un flujo supersónico, y el plasma expulsado fue llamado *viento solar*.

La capa más externa del Sol, la corona, se encuentra a temperaturas tan elevadas que el Hidrógeno y el Helio pueden escapar de la atracción gravitacional y formar un flujo más o menos constante. Debido a su alta temperatura y la constante irradiación proveniente del Sol, el viento solar es un plasma altamente ionizado, el cual consiste en un 95% de electrones calientes y protones, con una menor fracción de iones de He y algunos otros iones más pesados. Además, debido al calentamiento, compresión y subsecuente expansión, el viento solar se vuelve supersónico. Conforme el viento solar recorre el sistema planetario también arrastra consigo el campo magnético del Sol, dando lugar a lo que se conoce como el *Campo*

Magnético Interplanetario (el cual será referido como IMF por sus siglas en inglés).

1.2. La Interacción del Viento Solar con los Planetas

En aquellos cuerpos que presentan un campo magnético interno, el viento solar interactúa con el campo magnético planetario dando lugar a una “cavidad” en el viento solar, la cual es referida como la *magnetósfera*. Los campos magnéticos alrededor de planetas como Mercurio, la Tierra, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno son originados en el interior de los mismos, mientras que los campos alrededor de cuerpos “no magnéticos” como Venus, Marte y cometas son inducidos por la interacción del viento solar con la ionósfera de los planetas. La forma de la magnetósfera depende de la intensidad del campo magnético planetario y las propiedades del flujo del viento solar en la región. La frontera de la magnetósfera y el plasma del viento solar es llamada *magnetopausa*. La presión del viento solar comprime la parte diurna del campo, mientras que el flujo del viento solar estira el campo hacia atrás formando la *magnetocola*. La magnetocola consiste de dos lóbulos de opuesta polaridad, separados por un plano neutral situado en la interface de los dos lóbulos. Siendo el viento solar un flujo supersónico, al acercarse a los cuerpos con campo magnético intrínseco se forma un *frente de choque* adelante del obstáculo.

Todos los cuerpos del sistema solar interactúan en alguna medida con el viento solar. En los cuerpos que no tienen un campo magnético intrínseco, la interacción depende de la conductividad del obstáculo mismo. Para cuerpos rocosos como la Luna y la mayoría de los asteroides, que son malos conductores, las partículas del viento solar chocan directamente sobre su superficie y son absorbidas, y el campo magnético interplanetario se difunde a través del mismo. Éste da lugar a una estela inmediatamente detrás del objeto que está prácticamente desprovista de partículas (ver Figura 1.2).

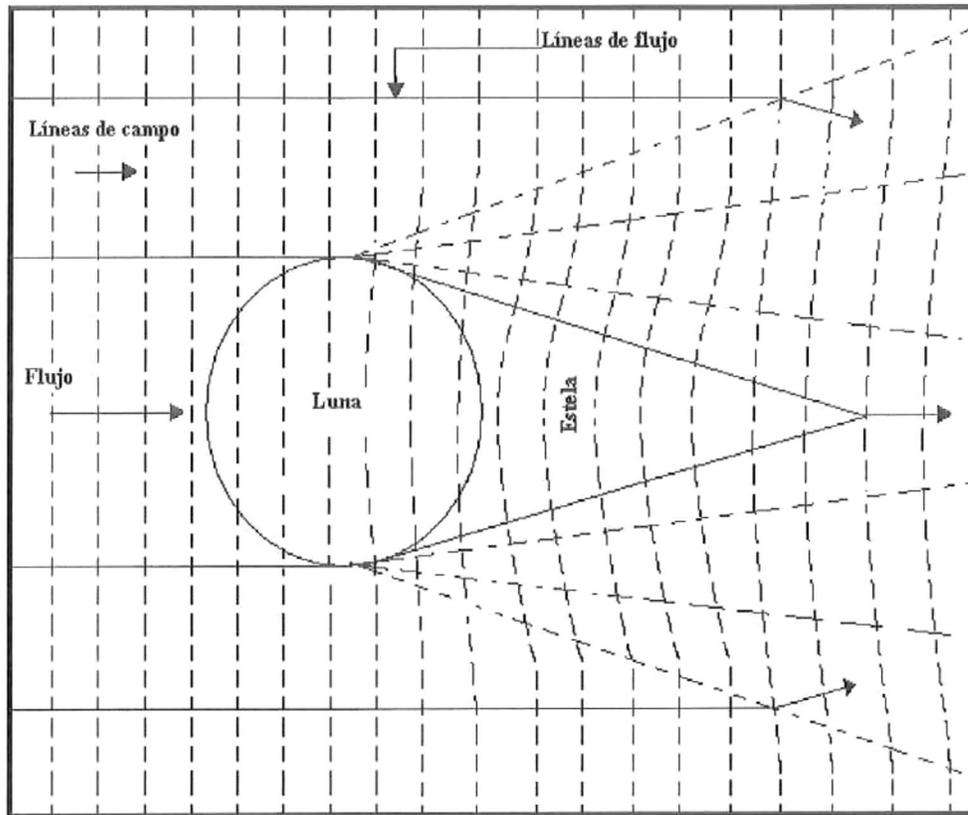


FIGURA 1.2. Interacción del viento solar con cuerpos no conductores.

Cuando el obstáculo es un medio conductor, como es el caso en el que el planeta tiene una ionósfera significativa, el movimiento del plasma del obstáculo a través del campo magnético interplanetario induce una corriente J , dada por la ley de Ohm:

$$\vec{J} = \sigma_0 \left(\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} \right) \quad (1.1)$$

donde σ_0 es la conductividad del plasma, \vec{v} la velocidad del plasma y \vec{B} la fuerza del campo magnético interplanetario. En un plasma altamente conductor como el viento solar, se tiene que $J/\sigma_0 \approx 0$, por lo que la ecuación (1.1) queda como:

$$\vec{E} + \frac{\vec{v} \times \vec{B}}{c} = 0 \quad (1.2)$$

Esta condición es equivalente a decir que no hay movimiento relativo entre el plasma y el campo magnético interplanetario, o en otras palabras, las líneas del IMF están adheridas al viento solar. Si un cuerpo planetario es altamente conductor, las líneas del IMF se envuelven alrededor del cuerpo, ya que el plasma fluye alrededor del conductor, dando lugar a que el campo eléctrico induzca una corriente ($\vec{J} = \sigma \vec{E}$), la cual a su vez perturba el IMF.

En el caso de cuerpos planetarios que no tienen un campo magnético interno pero tienen una atmósfera conductora, se tiene un distinto tipo de fenomenología. Como el campo se mueve con el plasma del viento solar, los iones atmosféricos son acelerados y recogidos por el viento solar. Si el cuerpo tiene una ionósfera extensa (e.g. es un buen conductor, $\sigma_0 \neq 0$), da origen a corrientes, las cuales previenen que el campo magnético se difunda por el cuerpo. Esta situación crea una configuración magnética muy similar a la *cavidad magnética* que resulta de la interacción del viento solar con un planeta magnetizado (ver Figura 1.3).

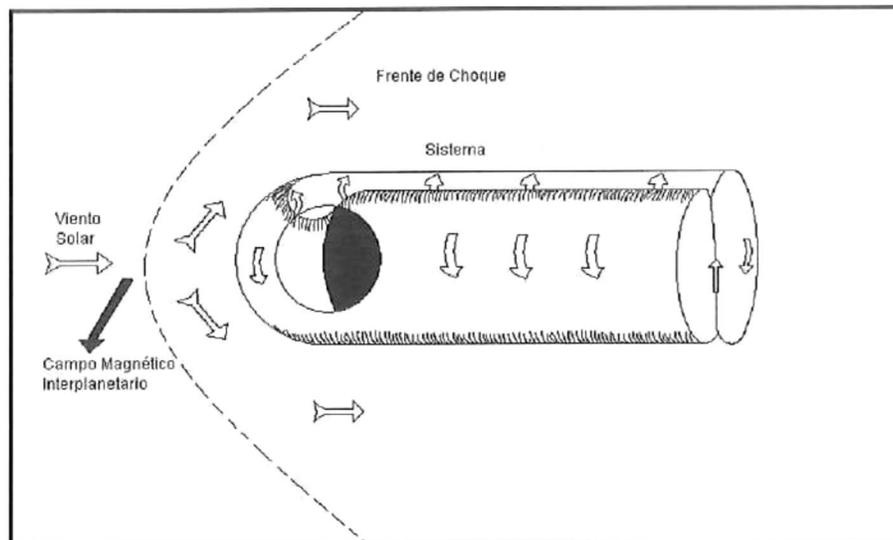


FIGURA 1.3. Interacción del IMF con planetas no magnetizados.

La frontera entre la ionósfera y el viento solar es llamada *ionopausa*, y en cierto sentido puede ser comparada con la magnetopausa. La ionopausa se encuentra localizada donde la presión ionosférica es balanceada por la presión neta del plasma exterior (presión del gas chocado más la presión magnética).

El IMF se acumula en la región subsolar del planeta, donde el flujo tiene un punto de estancamiento. Al dar la vuelta al planeta, el flujo se acelera, disminuyendo así el campo magnético. Al acercarse a los polos del planeta (definidos por la orientación del IMF), el campo magnético ha reducido su intensidad a tal nivel que el flujo es nuevamente supersónico y superalfvénico. Es en estas regiones donde no hay un apilamiento de las líneas de campo magnético interplanetario y el plasma del viento solar interacciona directamente con el plasma ionosférico.

Se han obtenido mediciones *in situ* de las propiedades del plasma en la ionofunda y se ha descubierto que la interacción entre el viento solar y el plasma ionosférico da lugar a una zona de transición localizada entre la frontera de la ionósfera del planeta y la onda de choque con el viento solar, denominada *transición intermedia* (ver Figura 1.4), la cual ha sido detectada con mediciones llevadas a cabo por instrumentos abordo de los satélites que han examinado dichos ambientes; Venera 10, Mariner 5, Pionero Venus, Mariner 4, entre otros, (C. T. Russell, 1983; J. G. Luhmann, 1987; Pérez-de-Tejada, 1993). Las observaciones demuestran que en la transición intermedia la velocidad del plasma decrece gradualmente a la vez que aumenta su temperatura y disminuye su densidad al acercarse a la frontera de la ionósfera.

Pérez de Tejada (1986b) ha propuesto que esto se puede explicar fácilmente en términos de un modelo de hidrodinámica viscosa idea desarrollada en múltiples trabajos subsecuentes (para una revisión ver Pérez-de-Tejada (2008 y trabajos referidos).

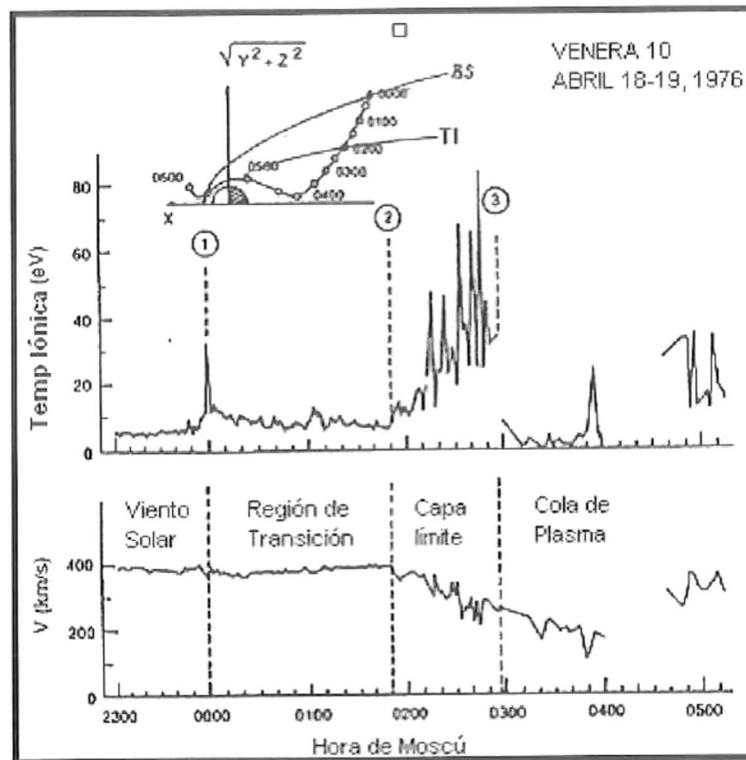


FIGURA 1.4. Mediciones de la temperatura iónica y velocidad del flujo a través de la estela de Venus el 19 de Abril de 1976 (adaptada de Romanov et al., 1979).

En este trabajo estudiamos esta interacción utilizando simulaciones numéricas como un primer esfuerzo por confirmar el origen viscoso de la transición intermedia.

Capítulo 2

Fuerzas Viscosas Alrededor de Ionósferas Planetarias.

Para entender la interacción del viento solar con un planeta débilmente magnetizado como Venus, se requiere la solución de las ecuaciones de la magnetohidrodinámica. Se debe calcular simultáneamente la estructura y la variabilidad de la concentración iónica, las velocidades, y campos eléctricos y magnéticos en la ionósfera y en la ionofunda del planeta, mismas que están íntimamente relacionadas.

Los resultados de estos estudios deberán contrastarse con las mediciones *in situ* llevadas a cabo en Venus, buscando reproducir las distintas estructuras observadas y también deberán explicar las distintas fenomenologías.

En este trabajo tomaremos a Venus en su interacción con el viento solar como el prototipo de la interacción del viento solar con cuerpos no magnetizados del sistema solar, como son, además de Venus, Marte y los cometas.

2.1. Observaciones de Venus y sus Interpretaciones.

Desde el comienzo de la era espacial, Venus ha sido visitado por más de 20 satélites artificiales, de la ex-Unión Soviética, de Estados Unidos y de la Unión Europea. Debido a que las trayectorias e instrumentación de algunos de los satélites de las misiones Soviéticas y de la sonda del Pioneer Venus Observer (PVO) estaban optimizadas para estudios atmosféricos y de superficie, no contribuyeron significativamente al conocimiento de la ionofunda y magnetocola de Venus. Las de mayor utilidad para este propósito son las observaciones del Mariner, Venera y PVO. Otros satélites que han brindado evidencia indirecta concerniente a la interacción del viento solar y Venus incluyen el Mariner 2 y Venera 11, 12, 15 y 16.

2.2. Elementos de la Interacción de Venus con el Viento Solar.

2.2.1. Viento Solar en Venus

El viento solar a 0.72 UA (1 UA = distancia promedio del Sol a la Tierra), aunque variable y estructurado, típicamente tiene una velocidad aproximada de 400 km/s con una densidad de aproximadamente $10\text{-}15\text{ cm}^{-3}$, el cual consiste principalmente de electrones calientes y protones, con una menor fracción de iones de He y algunos otros iones más pesados. La presión dinámica del viento solar ρV^2 , la cual promedia 4-5.5 nanopascuales, constituye aproximadamente 98% de la presión del viento solar, mientras que el campo magnético y la presión térmica contribuyen burdamente el 1% cada uno. Los números de Mach sónico, alfvénico y magnetosónico son típicamente 6.6, 6.1 y 4.7, respectivamente (Phillips et al., 1986b), basados en parámetros iónicos de los campos magnéticos observados por el PVO

cerca del máximo solar y suponiendo una temperatura constante de 1.5×10^5 K en el viento solar.

2.2.2. Frente de Choque

El viento solar es desviado alrededor del obstáculo planetario que presenta Venus. La región donde inicialmente se desvía el viento solar es conocida como el frente de choque. Este frente de choque (aunque variable) es una estructura permanente del ambiente de plasma en la vecindad de Venus, la cual disminuye la velocidad y aumenta la temperatura del viento solar. La posición del frente de choque ha sido extensivamente medida, y se han hecho muchos modelos y análisis dedicados a explicar la forma del choque. La mayor parte de la información que se tiene acerca del frente de choque proviene del PVO, ya que este satélite, a diferencia de los otros, dió varias órbitas alrededor de distintas regiones de Venus, las cuales incluyen la región subsolar, cerca al terminador y mediciones del flujo del lado noche (Tatralay et al., 1983; Alexander and Russell, 1985). Los autores infirieron que el obstáculo cerca de la región del terminador es de unos 800 km y se encuentra a 2500 km sobre la ionopausa.

2.2.3. Ionopausa

La frontera superior de la ionósfera, o ionopausa, ha sido definida de muchas maneras y es frecuentemente difícil de identificar. Pero, para el propósito de describir la forma básica de la ionósfera, se considerará a la ionopausa como una superficie impenetrable que separa el plasma solar de la ionofunda y la ionósfera parcialmente ionizada compuesta principalmente por iones de oxígeno O^+ . La forma básica de la ionopausa, definida por gradientes de plas-

ma medidos por el PVO, la sitúan en aproximadamente 300 km cerca del punto subsolar, elevándose hasta aproximadamente 900-1000 km cerca del terminador (Brace et al., 1980; Knudsen et al., 1982). La variabilidad de la posición de la ionopausa generalmente incrementa conforme aumenta el ángulo cenital solar (SZA, Solar Zenith Angle), el complemento del ángulo de elevación sobre el horizonte. Ésto es: de 0° en el cenit, el 90° sobre el horizonte, hasta 180° en el nadir.

A continuación se muestra en forma esquemática las distintas regiones descritas anteriormente:

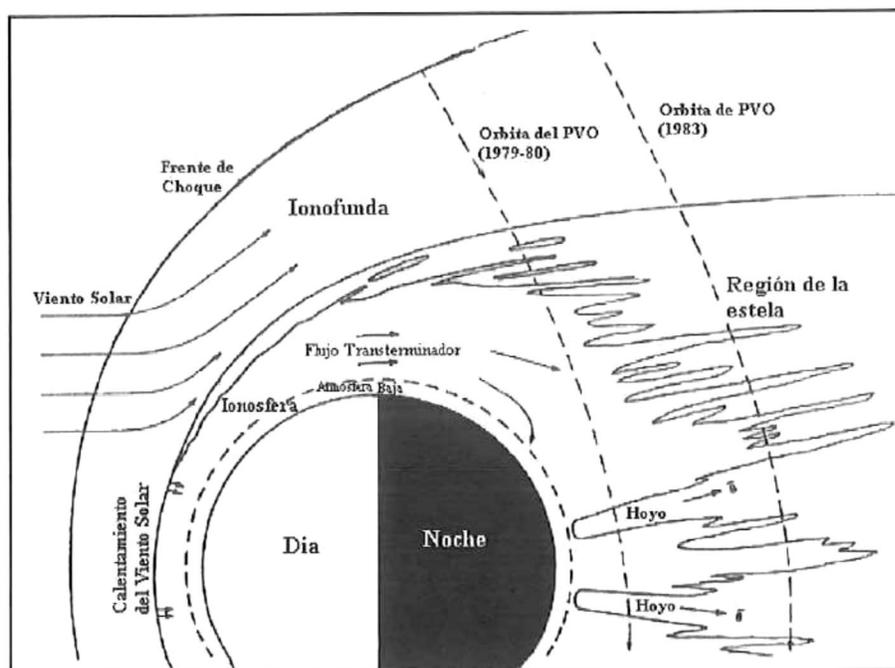


FIGURA 2.1. Representación esquemática de la forma y estructura de la ionosfera de Venus incluyendo las nubes de plasma, junto con los agujeros ionosféricos detectados del lado noche del hemisferio (adaptada de Brace y Kliore, 1991).

2.3. Modelos de la Interacción con el Viento Solar.

Después de más de dos décadas de observaciones directas sobre planetas débilmente magnetizados por varios satélites artificiales, incluyendo las intensivas y continuas observaciones llevadas a cabo por el PVO, existe una polémica que concierne a la importancia relativa de los efectos de *mass loading* (asimilación de masa) y los esfuerzos viscosos en la estructura y evolución del flujo en la ionofunda y la ionósfera del planeta. A continuación se presentan brevemente estos dos modelos.

2.3.1. Teoría de Asimilación de Iones (Ion Pickup).

Algunas de las observaciones *in situ* sugieren que hay una dependencia entre los ciclos de actividad solar y la posición del frente de choque de Venus. Un posible mecanismo que explica esto es la asimilación de iones planetarios por el viento solar, la cual ocurriría de manera más pronunciada durante periodos de elevada actividad solar, ya que es entonces cuando aumenta el flujo de fotones ionizantes provenientes del Sol. La exosfera neutra del planeta compuesta principalmente por hidrógeno, oxígeno y posiblemente helio, está sujeta a ionización por fotones solares, intercambio de cargas con iones del viento solar, y posiblemente otros mecanismos como el fenómeno de la velocidad crítica de ionización (CIV, por sus siglas en inglés) (e.g, Formisano et al., 1982).

Una vez ionizada, una partícula es acelerada por los campos eléctricos y magnéticos de la ionofunda. Si se ignoran las fluctuaciones de los campos electromagnéticos y se considera un campo magnético estacionario sobre la ionofunda, con un campo eléctrico $\vec{E} = -\vec{V} \times \vec{B}$, la trayectoria de un ion recién creado, desde el marco de referencia de Venus, corresponde a la de un cicloide. Cabe notar que las partículas son aceleradas a partir del reposo, este cambio

de energía se obtiene a través de pérdida de momento del viento solar incidente, lo cual modifica el flujo sobre la ionofunda. En este modelo, que puede considerarse el predominante entre los especialistas del campo, se invoca a la acción de la tensión de las líneas del campo magnético (efecto resortera) para dar lugar al flujo transterminador y formar los agujeros ionosféricos (Phillips et al., 1986b). Sin embargo, Pérez-de-Tejada (1999) ha planteado serios cuestionamientos a este modelo.

2.3.2. Modelo de Flujo Viscoso (Pérez-de-Tejada).

Por otro lado, se ha propuesto un modelo en el que las fuerzas de tipo viscosas explican por qué se produce un flujo trans-terminador, el cual ha tenido mucho éxito. Este modelo logra explicar el arrastre del plasma ionosférico que se observa en las regiones polares dando lugar a los canales de plasma. Además, explica la formación de la capa límite, la reducción de la velocidad observada alrededor de los polos magnéticos de la ionósfera, y el incremento en la temperatura iónica, estas son propiedades consistentes con el transporte de momentum tal como lo hace la viscosidad en una interpretación de la dinámica de fluidos (Pérez-de-Tejada y Dryer, 1986).

En el modelo sólo se consideran fuerzas de fluido, i.e. no se incluyen efectos del IMF o de cualquier otro tipo de fuerzas de cuerpo. Como discutió Pérez-de-Tejada (1999,) el flujo sobre las regiones polares es super-alfvénico, lo cual implica que las fuerzas magnéticas no son un factor dominante al estudiar la dinámica del flujo. Se estimó que la única fuerza de cuerpo presente, la fuerza gravitacional, es despreciable en comparación a las fuerzas del flujo.

Se considera como necesaria la presencia de fuerzas viscosas para dar lugar al flujo del plasma ionosférico alrededor de Venus (Pérez-de-Tejada et. al., 1986). Entonces, la deficiencia

del momentum del viento solar resulta ser una consecuencia natural de la interacción viscosa entre el planeta y el viento solar (Pérez-de-Tejada 1995), es decir, logramos obtener una explicación a la deficiencia de momentum que se observó por los distintos satélites artificiales. Cuando consideramos la presencia de fuerzas viscosas, es natural preguntarnos dónde se origina la viscosidad, dado el carácter no colisional del viento solar. Es decir, es difícil entender cómo es que ocurre una fenomenología viscosa si el viento solar es un fluido tan tenue. Es por ésto que en ausencia de colisiones partícula-partícula, que dan lugar al transporte de momento, ha sido necesario suponer que ésto ocurre a través interacciones onda-partícula (Shapiro et. al. 1995).

Regresando al modelo de flujo viscoso, tenemos que otro motivo por el cual el modelo ha tenido un creciente apoyo, se debe a la observación de un incremento en la temperatura del plasma a través de la capa límite (Shefer et al. 1979; Romanov et al. 1979). En dicha región, se midió un significativo incremento de temperatura con respecto a la ionofunda externa, lo cual se puede explicar en términos de procesos de disipación local debido a la viscosidad (Pérez-de-Tejada 1986). Otra característica importante que se relaciona al comportamiento del viento solar alrededor de ionósferas, es la existencia de una región de transición de plasma distinta al frente de choque y la ionopausa, a lo largo de los flancos de la ionopausa. Dicha transición, se ha identificado en las mediciones *in situ* del plasma por todos los satélites artificiales que han analizado el ambiente de plasma de Venus (Bridge et al. 1967; Shefer et al. 1979; Romanov et al. 1979; Pérez-de-Tejada et al. 1995). Actualmente existe amplia evidencia de la transición de plasma en la ionofunda de Venus localizada a unos 1000 km sobre la ionopausa por el terminator después de emerger del manto del lado día (Pérez-de-Tejada 1995). En esta región, la capa límite de velocidad es angosta y el grosor aumenta conforme se aleja del planeta. Se han detectado condiciones similares en el ambiente de plasma de Marte, donde información proveniente de Phobos también indica una zona de

transición de la velocidad en la zona exterior de la ionósfera.

Un modelo para la interacción del viento solar con la ionósfera de Venus también debe explicar la presencia y distribución de los agujeros ionosféricos teniendo en cuenta las condiciones sobre los polos magnéticos y en el lado noche del planeta. Debido a que el IMF no se acumula fuertemente sobre estas regiones, el momento del viento solar puede ser directamente usado en la interacción plasma-plasma para erosionar la ionósfera superior de Venus y producir canales de plasma que se extienden del lado noche de la ionósfera, ver Figura 2.2.

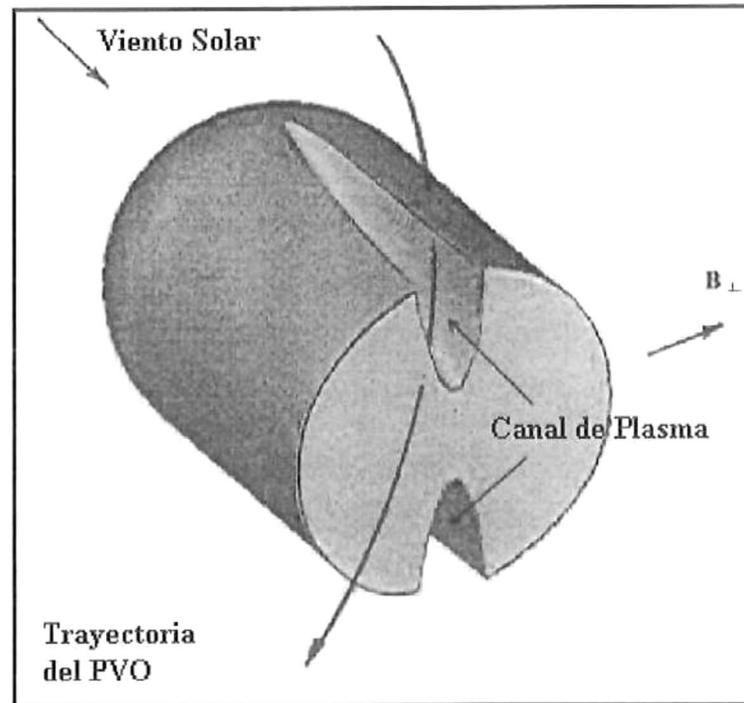


FIGURA 2.2. Representación esquemática de los canales de plasma que se extienden desde los polos magnéticos de la ionósfera de Venus. El tránsito del PVO a través de estos canales condujo a las observaciones de los agujeros ionosféricos (de Pérez-de-Tejada, 2004).

En esta interpretación, los agujeros ionosféricos se observan cuando el satélite atraviesa uno de los canales evacuados de plasma. Dependiendo de la orientación del campo magnético y de la trayectoria del satélite, éste observará un agujero en cada lado del apoapsis de su órbita o sólo en un lado (Pérez-de-Tejada, 2005).

Capítulo 3

Ecuaciones Fundamentales

Nos proponemos modelar la interacción entre el viento solar y la ionósfera de Venus como un proceso hidrodinámico viscoso. En este capítulo revisamos brevemente la obtención de las ecuaciones básicas que describen el movimiento de un fluido como el viento solar, teniendo en cuenta las siguientes tres cosas:

1) Escoger apropiadamente los fundamentos de la física que describen el fenómeno que deseamos conocer, por ejemplo:

(a) La conservación de la masa.

(b) La conservación del ímpetu (segunda Ley de Newton).

(c) La conservación de la energía.

2) Aplicar estos principios físicos a un modelo adecuado.

3) Extraer de estas aplicaciones las ecuaciones que rigen los principios básicos.

Existen dos formas usuales que se emplean para visualizar un flujo: la primera emplea un

volumen cerrado finito V , que se encuentra en una región donde hay un flujo y una superficie S , que envuelve a dicho volumen. La segunda emplea un elemento de fluido imaginario infinitesimalmente pequeño dentro de un flujo, con un diferencial de volumen dV , diferencial. Ambas formas manejan la posibilidad de que el volumen o el diferencial de volumen estén fijos en el espacio o moviéndose con el fluido (ver Figura 3.1).

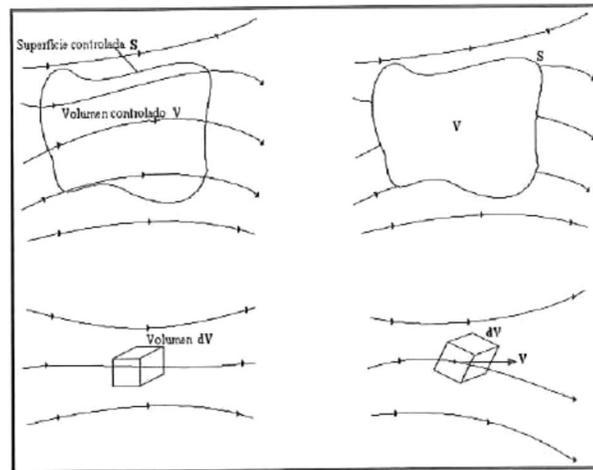


FIGURA 3.1. Volumen Controlado (arriba) y el elemento infinitesimal de fluido (abajo).

Aplicando los principios físicos mencionados anteriormente dentro de un volumen o diferencial de volumen dV del fluido, se pueden obtener una serie de ecuaciones integrales, que pueden ser manipuladas indirectamente para tenerlas en forma de ecuación diferencial parcial, al ser obtenidas de un elemento finito de volumen fijo, las ecuaciones en forma integral o diferencial parcial son llamadas ecuaciones de Navier-Stokes en forma *conservativa*. En cambio, si se obtuvieran las ecuaciones de un elemento de volumen que se mueve con el fluido, estas ecuaciones en su forma integral o diferencial parcial serían denominadas ecuaciones de Navier-Stokes en forma *no conservativa*.

El que las ecuaciones estén en forma *conservativa* o *no conservativa* es un tanto irrelevante, ya que uno puede deducir una a partir de la otra. Sin embargo, en algunos casos la forma en que se utilizan dichas ecuaciones es importante para la solución numérica de las

mismas.

3.1. Ecuación de Continuidad

Una de las leyes fundamentales de la física es que la masa se conserva, convirtiendo esta aseveración a una ecuación diferencial, se obtiene lo que se conoce como ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \vec{V}) \quad (3.1)$$

donde ρ es la densidad, t el tiempo y \vec{V} la velocidad del fluido en un punto dado.

En la ecuación 3.1 se establece que la razón de cambio de la densidad en el tiempo en un volumen infinitesimal, dV , está determinada por el flujo neto que hay hacia adentro y hacia afuera de la superficie que envuelve al volumen.

3.2. Ecuación de Momento

La ecuación de momento de un fluido es una relación que iguala la razón de cambio del momento de una porción de fluido a la suma de todas las fuerzas que actúan sobre dicha porción, i.e, al aplicar la segunda Ley de Newton a un elemento de fluido en movimiento se tiene que la fuerza neta sobre el elemento de fluido es igual a su masa por la aceleración del elemento de fluido.

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{V} = -\nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) - \vec{\nabla} P - \vec{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{\Pi} \quad (3.2)$$

donde P es la presión y $\overleftrightarrow{\Pi}$ es el tensor de esfuerzos. El término $\overleftrightarrow{\Pi}$ de la ecuación (3.2) se debe a Stokes, el cual, en 1845, obtuvo lo que ahora se llama el *tensor de esfuerzos*. Este tensor permite determinar cómo son los esfuerzos normales al elemento de volumen (ver ec. 3.3).

$$\Pi_{ij} = -\mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) - \lambda \delta_{ij} \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \quad (3.3)$$

Al coeficiente de viscosidad de corte se le denota por μ y al coeficiente de viscosidad de bulto por λ . Usando estos dos términos, Stokes formuló la hipótesis de que $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$, la cual aún en la actualidad no ha sido completamente confirmada, aunque es frecuentemente utilizada.

A finales del siglo XVII, Isaac Newton observó que el esfuerzo superficial de un fluido es proporcional a la razón de tiempo del esfuerzo superficial, i.e, el gradiente de velocidad (dichos fluidos son llamados Newtonianos). Los fluidos en los que el esfuerzo superficial no es proporcional al gradiente de velocidad son denominados fluidos no Newtonianos.

3.3. Ecuación de Energía

Un mejor entendimiento del efecto que tienen las fuerzas superficiales en el movimiento de un elemento de fluido se obtiene al considerar el balance de energía. Parte de la ganancia de energía se manifiesta en un aumento de la energía cinética del fluido ρV^2 , y la restante, de acuerdo con la primera ley de la termodinámica, aparece como un aumento en la energía interna del fluido, U , que viene dado por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(U + \frac{1}{2}\rho V^2) = -\vec{\nabla} \cdot [(U + \frac{1}{2}\rho V^2)] - \vec{\nabla} \cdot [\vec{V}P] - \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \cdot \overleftrightarrow{\Pi}) + \dot{Q} \quad (3.4)$$

Esquemáticamente esto es:

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{l} \text{La razón de cambio de} \\ \text{la energía total dentro} \\ \text{del elemento de fluido} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{l} \text{Flujo neto de} \\ \text{energía al elemento} \\ \text{de fluido por advección} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Razón de trabajo hecho en} \\ \text{el elemento debido a la} \\ \text{presión} \end{array} \right) \\ &+ \left(\begin{array}{l} \text{Disipación Viscosa} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{l} \text{Conducción de Calor} \end{array} \right) \end{aligned}$$

En condiciones como las que se encuentran en los líquidos y gases en la superficie terrestre, la manera en que el transporte molecular del momento establece esfuerzos tangenciales sobre el elemento de fluido, es por fricción, en el sentido ordinario, un movimiento de rozamiento producido por el fluido que rodea a la superficie del elemento de fluido.

Capítulo 4

Solución Numérica de las Ecuaciones de Navier-Stokes: Flujo Supersónico Sobre una Placa Plana

En el capítulo anterior se mostraron las ecuaciones de la hidrodinámica, dando una breve explicación del significado físico de cada uno de los términos de las ecuaciones. Ahora se mostrará cómo se lleva a cabo la discretización y subsecuente implementación de las mismas para su solución numérica. Antes de eso, vale la pena notar que, por tratarse de un primer esfuerzo por confirmar el origen viscoso de la transición intermedia, lo que se hizo en este trabajo es estudiar la interacción de un flujo supersónico sobre una placa en reposo, i.e, en vez de poner una condición de frontera correspondiente al choque de un fluido con una atmósfera cuasi esférica, se reemplazó la ionósfera del planeta por una placa plana. Éstas condiciones de frontera permiten estudiar cómo interactúa un fluido sobre una superficie plana, claro está, utilizando valores del número de Mach y viscosidad que concuerdan con los valores

derivados de las mediciones *in situ* sobre Venus. Estos resultados permiten estudiar algunas características de la interacción del viento solar sobre una región tangente a la atmósfera de Venus cerca de los polos magnéticos. Una breve descripción del flujo supersónico sobre una placa delgada se proporciona a continuación.

A grandes rasgos, las características son las siguientes: si se tiene un flujo supersónico sobre una placa plana con una incidencia en dirección paralela a la placa, se observa que el flujo es laminar para casos en los que el número de Reynolds es bajo. En estado estacionario, el flujo libre no interacciona directamente con la placa plana, sino que, por la presencia de una frontera viscosa (capa límite), es como si la placa tuviera una curvatura ficticia. Consecuentemente, se forma una capa límite curva a partir de la esquina de la placa (ver Figura 4.1).

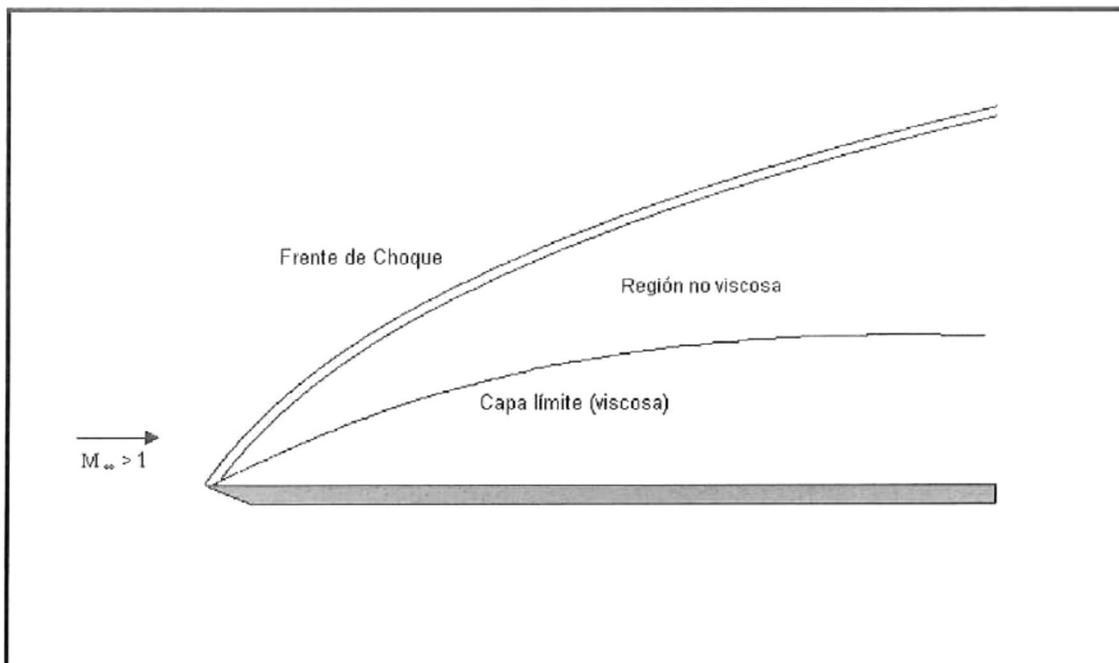


FIGURA 4.1. Ilustración del Flujo supersónico sobre una placa plana con una zona viscosa y una zona no viscosa.

Siendo el flujo supersónico, se forma además un *frente de choque*, cuya forma depende del número de Mach, el número de Reynolds y la condición de frontera en la superficie de la placa. Más allá del frente de choque, el flujo no se ve significativamente afectado por la presencia de la placa. El flujo por abajo del frente de choque puede dividirse en dos regiones, una región donde el flujo viscoso se puede aproximar como una capa límite clásica, y otra en donde se tiene un flujo aproximadamente no viscoso interaccionando con un obstáculo curvo (ver Figura 4.1). Bajo ciertas condiciones, se puede tener que todo el flujo interior al frente de choque sea viscoso, en cuyo caso hablamos de un *frente de choque combinado* (ver Figura 4.2).

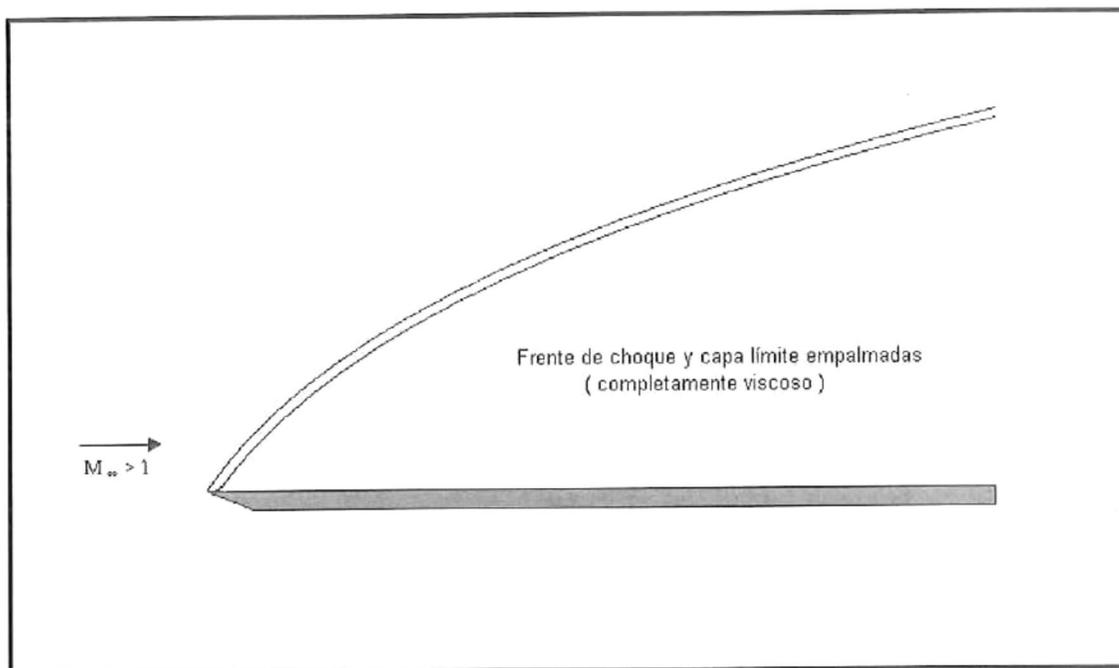


FIGURA 4.2. Ilustración del Flujo supersónico sobre una placa plana con flujo combinado sobre el frente de choque.

4.1. Ecuaciones que gobiernan el flujo.

Suponemos que la dinámica del fluido está dada por las ecuaciones de Navier-Stokes, (ec. 3.1) a (ec. 3.4), que, escritas en dos dimensiones en forma conservativa y en coordenadas cartesianas, son:

$$\text{Continuidad : } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (4.1)$$

$$\text{Momentum - x : } \frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{yx}) = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{Momentum - y : } \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = 0 \quad (4.3)$$

$$\text{Energía : } \frac{\partial}{\partial t}(E_t) + \frac{\partial}{\partial x}[(E_t + p)u + q_x - u\tau_{xx} - v\tau_{xy}] \quad (4.4)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial y}[(E_t + p)v + q_y - u\tau_{yx} - v\tau_{yy}] = 0 \quad (4.5)$$

en términos de la densidad ρ y las componentes de velocidad u y v , que son V_x y V_y respectivamente. En la ecuación (4.4), si e es la energía interna promedio, entonces E_t es la suma de ésta y la densidad de la energía cinética, definiéndose como:

$$E_t = \rho e + \rho \frac{V^2}{2} \quad (4.6)$$

Los esfuerzos viscoso, expresados en términos de gradientes de velocidad, son:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4.7)$$

$$\tau_{xx} = \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4.8)$$

$$\tau_{yy} = \lambda(\nabla \cdot V) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4.9)$$

donde se usará la hipótesis de Stokes ($\lambda = -\frac{2}{3}\mu$) siendo μ el coeficiente de viscosidad dinámica.

Similarmente, las componentes del vector de flujo de calor (de la Ley de Conducción de Calor de Fourier) son:

$$\dot{q}_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\dot{q}_y = -\kappa \frac{\partial T}{\partial y}$$

donde κ es la conductividad térmica del material (la cual, en general, varía con la temperatura) y T es la temperatura. Hasta el momento, el sistema consiste de cuatro ecuaciones: continuidad, momentum-x, momentum-y y energía. Sin embargo, se tienen seis términos desconocidos que se encuentran incrustados en las ecuaciones: ρ , u , v , p , T , e . Para poder obtener una solución, se requiere de dos ecuaciones adicionales, las cuales se obtendrán asumiendo que se está trabajando con un gas ideal de la siguiente manera:

- 1) Se puede usar la ecuación de estado de un gas ideal

$$p = \rho RT$$

- 2) También se usa la siguiente ecuación $e = c_v T$

3) Para comparar nuestros cálculos con los resultados de Anderson (1995), típicamente se utiliza la ley de Sutherland al evaluar la viscosidad, donde μ_0 y T_0 son valores de referencia.

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + 110}{T + 110}$$

En otras aplicaciones podemos usar $\mu = \mu_0$.

El sistema de ecuaciones ahora está completo y puede ser resuelto, ya que ahora se tienen seis ecuaciones con seis incógnitas. Si se describen en notación vectorial las ecuaciones quedan como:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} = 0 \quad (4.10)$$

donde \vec{U} , \vec{E} y \vec{F} son vectores columna dados por:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ E_t \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + k_1 p - k_2 \tau_{xx} \\ \rho u v - k_2 \tau_{xy} \\ (E_t + k_3 p)u - k_4 (u \tau_{xx} + v \tau_{xy}) + k_5 q_x \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv - k_2 \tau_{xy} \\ \rho v^2 + k_1 p - k_2 \tau_{yy} \\ (E_t + k_3 p)v - k_4 (u \tau_{xy} + v \tau_{yy}) + k_5 \dot{q}_y \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

y se usan las siguientes combinaciones de números adimensionales:

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{\gamma M_0^2} \\ k_2 &= \frac{1}{Re} \\ k_3 &= (\gamma - 1) \\ k_4 &= \frac{\gamma(\gamma - 1)M_0^2}{Re} \\ k_5 &= \frac{\gamma}{RePr} \end{aligned} \quad (4.14)$$

siendo γ el índice adiabático del gas. Hemos adimensionalizado las ecuaciones de tal manera que $\hat{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$, pero sustituimos la notación por $\hat{\rho} \rightarrow \rho$, similarmente para u, v, ρ, T, e .

Los números de Mach (M_0), Reynolds (Re) y Prandtl (Pr) para el flujo, son definidos como:

$$\begin{aligned}
 M_0 &= \frac{V_0}{C_{s0}} \\
 Re &= \frac{V_0 L}{\rho_0 \mu_0} \\
 Pr &= \frac{\mu_0 c_p}{\kappa_0}
 \end{aligned}
 \tag{4.15}$$

4.1.1. Dominio Computacional

Dada la geometría del problema, se usa una malla rectangular como dominio computacional (ver Figura 4.3). A excepción del punto en el origen $(0, 0)$, el flujo en $x = 0$ (o $i = IMIN = 1$) tiene una velocidad V_∞ , con presión y temperatura P_∞ y T_∞ respectivamente. Para las pruebas del código se ha calculado el flujo resultante cuando $M_\infty = 4$ y P_∞ y T_∞ corresponden a temperatura y presión al nivel del mar.

Si se supone que la longitud de la placa ($L = 0,00001m$) es mucho mayor comparada al camino libre medio de las moléculas de aire, ésta es suficiente para capturar la física deseada. El número de Reynolds es cercano a 1000.

4.1.2. Esquema de MacCormack.

En este trabajo se usa un esquema de diferencias finitas para obtener numéricamente la solución de un flujo Newtoniano compresible. El esquema es completamente explícito y de segundo orden, tanto en el tiempo como en el espacio, originalmente propuesto por MacCormack (1979), aunque nuestra implementación sigue a Anderson (1995).

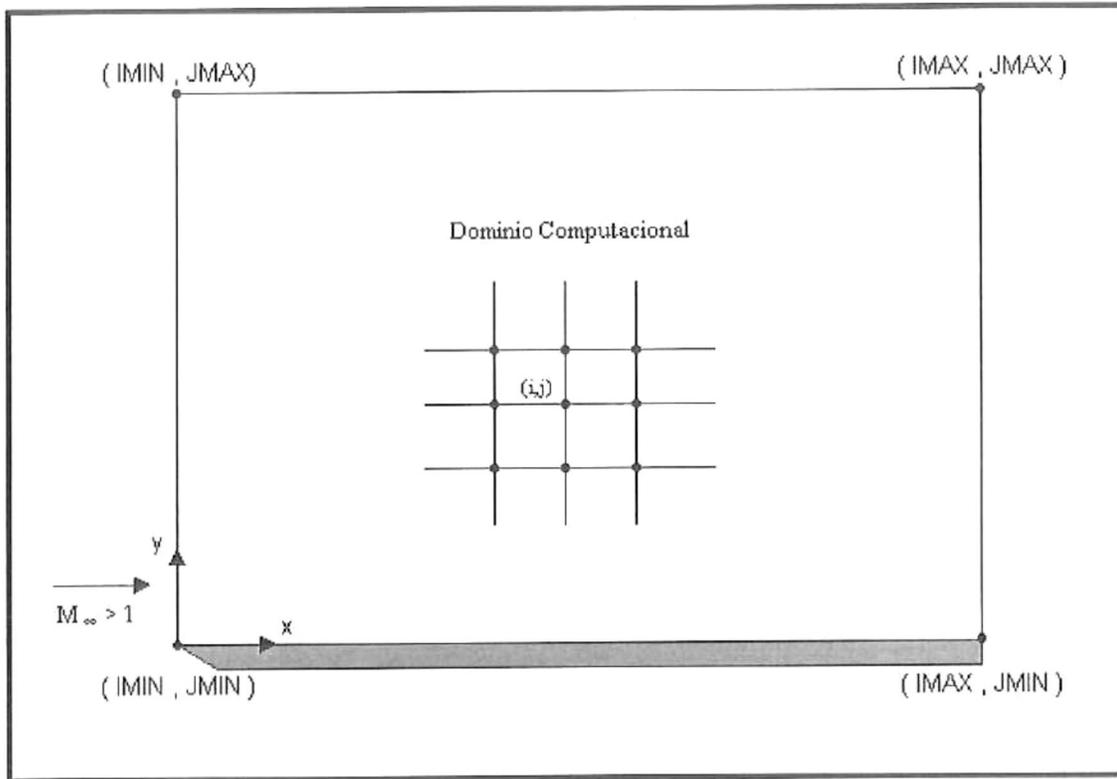


FIGURA 4.3. Dominio Computacional.

El esquema explícito de MacCormack es esencialmente un esquema predictor-corrector, similar al método de Runge-Kutta de cuarto orden comúnmente usado para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias. Para un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}(\vec{U})}{\partial x} + \frac{\partial \vec{F}(\vec{U})}{\partial y} = 0 \quad (4.16)$$

El esquema explícito de MacCormack consiste de dos etapas:

el paso predictor:

$$\vec{U}_{i,j}^* = \vec{U}_{i,j}^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\vec{E}_{i+1,j}^n - \vec{E}_{i,j}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\vec{F}_{i,j+1}^n - \vec{F}_{i,j}^n) \quad (4.17)$$

y el paso corrector:

$$\vec{U}_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{2}[\vec{U}_{i,j}^n + \vec{U}_{i,j}^* - \frac{\Delta t}{\Delta x}(\vec{E}_{i,j}^* - \vec{E}_{i-1,j}^*) - \frac{\Delta t}{\Delta y}(\vec{F}_{i,j}^* - \vec{F}_{i,j-1}^*)] \quad (4.18)$$

donde el vector $\vec{U} = (\rho, \rho u, \rho v)$ contiene las variables actualizadas. Los vectores \vec{E}, \vec{F} son funciones de las variables actualizadas y algunas de sus derivadas espaciales. Si se aplica el esquema de MacCormack a las ecuaciones de Navier-Stokes se tiene el paso predictor.

En los pasos predictor y corrector los términos viscosos (los términos de la derivada de segundo orden) están discretizados con diferencias centradas para mantener una precisión de segundo orden.

Tannehill et al. (1997) dio el siguiente criterio semi-empírico de estabilidad para el esquema de MacCormack:

$$\Delta t \leq \frac{\sigma}{(1 + 2/Re)} \left[\frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}} \right]^{-1} \quad (4.19)$$

Se tiene que algunas de las ventajas de usar un esquema explícito de diferencias finitas de segundo orden de MacCormack son:

1. Se resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes en una malla uniforme.
2. Permiten acceso a números de Reynolds altos.
3. Se cuenta con la habilidad de manejar flujos densos sin llegar a tener problemas de memoria.

Cabe notar que el esquema no es eficiente para flujos con números de Reynolds muy bajos

(menos que 1) debido a la condición de estabilidad.

Ahora veremos qué sucede con el paso en el tiempo.

Si se reescribe la ecuación gobernante (ec. 4.10) como:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} - \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} \quad (4.20)$$

y se usa una expansión en desarrollo de Taylor. Las variables de flujo son actualizadas en cada punto de la malla (i, j) usando pasos de tiempo como se muestra abajo:

$$\vec{U}_{i,j}^{t+\Delta t} = \vec{U}_{i,j}^t + \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{av} \Delta t \quad (4.21)$$

$$\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{av} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^t + \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^{t+\Delta t} \right] \quad (4.22)$$

Para obtener el valor de $\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{av}$, de tal forma que la solución pueda avanzar, se toman los siguientes pasos:

1. $\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^t$ es calculado usando diferencias progresivas.
2. Del paso 1, los valores PREDICHOS del campo de flujos pueden ser obtenidos de la siguiente manera:

$$\vec{U}_{i,j}^{t+\Delta t} = \vec{U}_{i,j}^t + \left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} \right)_{i,j}^t \Delta t \quad (4.23)$$

Combinando los pasos 1 y 2, se sigue que:

$$\vec{U}_{i,j}^{t+\Delta t} = \vec{U}_{i,j}^t - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\vec{E}_{i+1,j}^t - \vec{E}_{i,j}^t) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\vec{F}_{i,j+1}^t - \vec{F}_{i,j}^t) \quad (4.24)$$

3. Usando diferencias regresivas, los valores predichos del paso 2 son insertados a las ecuaciones gobernantes, tales que una derivada temporal $\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t}\right)_{i,j}^{t+\Delta t}$ se puede obtener.

4. Finalmente, substituyendo $\left(\frac{\partial \vec{U}}{\partial t}\right)_{i,j}^{t+\Delta t}$ del paso 3 en la ecuación (ec. 4.22), se obtiene una precisión de segundo orden CORREGIDA para los valores de U en el tiempo $t + \Delta t$. Combinando los pasos 3 y 4 se tiene:

$$\vec{U}_{i,j}^{t+\Delta t} = \frac{1}{2} \left[\vec{U}_{i,j}^t + \vec{U}_{i,j}^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (\vec{E}_{i,j}^{t+\Delta t} - \vec{E}_{i-1,j}^{t+\Delta t}) - \frac{\Delta t}{\Delta y} (\vec{F}_{i,j}^{t+\Delta t} - \vec{F}_{i,j-1}^{t+\Delta t}) \right] \quad (4.25)$$

Después de cada paso predictor o corrector, las variables primitivas son obtenidas decodificando el vector U , como se muestra a continuación:

$$\rho = U_1 \quad (4.26)$$

$$u = \frac{\rho u}{\rho} = \frac{U_2}{U_1} \quad (4.27)$$

$$v = \frac{\rho v}{\rho} = \frac{U_3}{U_1} \quad (4.28)$$

$$E_t = \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) = U_5 \quad (4.29)$$

o también:

$$e = \frac{U_5}{U_1} - \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (4.30)$$

Ya que se determina ρ , u , v y e , las restantes propiedades del campo de flujo pueden ser obtenidas usando las ecuaciones de continuidad, momento y energía:

$$T = \frac{e}{c_v}$$

$$p = \rho RT$$

μ y κ están en función de la temperatura T y μ puede ser determinado aplicando la ley de Sutherland. Una vez que μ es conocido, suponiendo que se tiene un número de Prandtl constante obtenemos, κ :

$$\kappa = \frac{\mu c_p}{Pr}$$

4.1.3. Cálculo del Paso de Tiempo y de Espacio.

Con la longitud de la placa (LHORI), el tamaño de paso en la dirección x (Δx) es determinado de la siguiente manera:

$$\Delta x = \frac{LHORI}{nx} \quad (4.31)$$

Similarmente, JMIN=1 y JMAX=70 describen la malla normal a la superficie del plano. Para obtener una solución más precisa, el frente de choque debe encontrarse dentro del

dominio computacional (ver Figura 4.4).

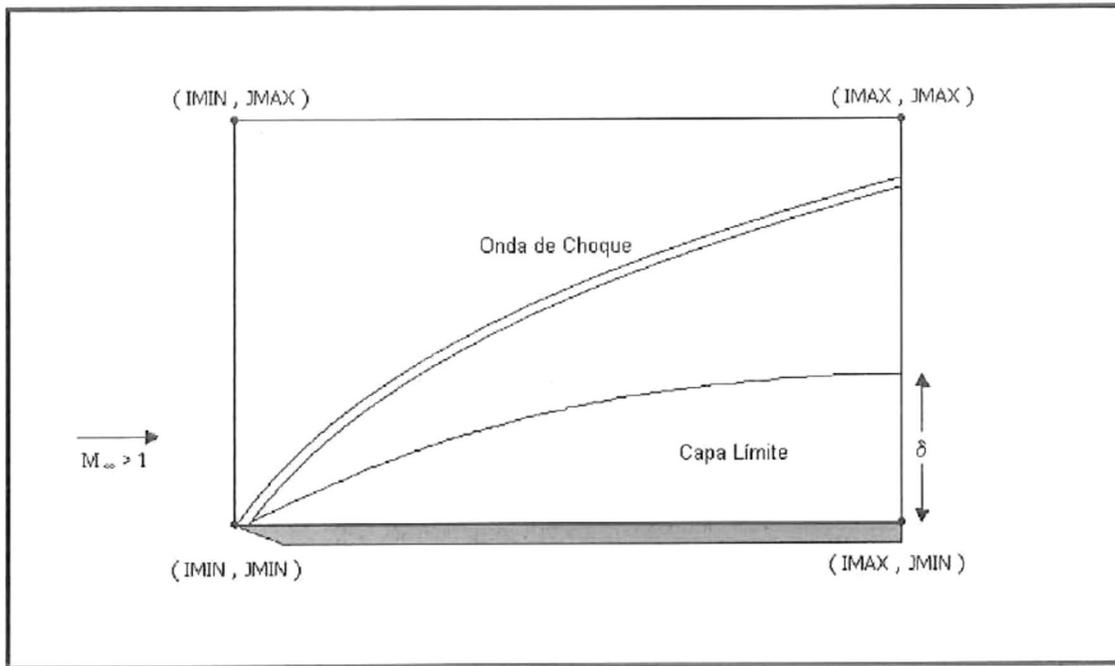


FIGURA 4.4. Ilustración del flujo con el frente de choque dentro dominio computacional.

Es razonable suponer que el dominio debe ser al menos cinco veces la altura de la capa límite. Por ende, la altura vertical del dominio ($LVERT$) se determina de la siguiente forma:

$$LVERT = 5 \times \delta \quad (4.32)$$

donde δ esta dado por:

$$\delta = \frac{5(LHORI)}{\sqrt{Re_L}} \quad (4.33)$$

Entonces, el tamaño de paso en la dirección y :

$$\Delta y = \frac{LVERT}{JMAX - 1} \quad (4.34)$$

Para saber si la malla está correctamente escalada, se calcula el número de Reynolds en cada elemento de la malla en las direcciones x y y para cada paso de tiempo:

$$Re_{\Delta x} \equiv \frac{\rho_{i,j} u_{i,j} \Delta x}{\mu_{i,j}} \quad (4.35)$$

$$Re_{\Delta y} \equiv \frac{\rho_{i,j} v_{i,j} \Delta y}{\mu_{i,j}} \quad (4.36)$$

La magnitud del número de Reynolds provee una visión de qué tan correctamente está escalada la malla computacional. Para el caso de Mach= 4 se tiene:

$$Re_{\Delta x} \leq 30 - 40 \quad (4.37)$$

$$Re_{\Delta y} \leq 3 - 4 \quad (4.38)$$

Como el método tiene una formulación explícita, el paso de tiempo está sujeto a un criterio de estabilidad. Para determinar el tamaño de paso en el tiempo, usamos la siguiente versión de la la condición de estabilidad de CFL:

$$(\Delta t_{CFL})_{i,j} = \left[\frac{|u_{i,j}|}{\Delta x} + \frac{|v_{i,j}|}{\Delta y} + a_{i,j} \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}} + 2v'_{i,j} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) \right]^{-1}$$

$$v'_{i,j} = \max \left[\frac{\frac{4}{3}\mu_{i,j}(\gamma\mu_{i,j}/Pr)}{\rho_{i,j}} \right] \quad (4.39)$$

$$\Delta t = \min[K(\Delta t_{CFD})_{i,j}]$$

para $K \leq 0,8$.

4.1.4. Condiciones Iniciales y de Frontera.

Se está resolviendo un sistema de ecuaciones diferenciales parciales, las cuales son de primer orden en su dependencia con el tiempo y su dependencia espacial es de segundo orden. Es por esto que se requiere de condiciones iniciales y de frontera (en velocidad, presión y temperatura) para poder resolver el sistema.

Como la solución depende de las condiciones iniciales, se deben tener valores específicos para cada punto (i, j) en el tiempo $t = 0$. Excepto por los valores en la Figura (4.5), los valores en cada punto de la malla son aquellos que toman en un flujo libre en la superficie (JMIN=1), la condición de no deslizamiento de frontera está forzada y la temperatura de la pared T tiene un valor dado.

$$u = V_{\infty}$$

$$v = 0$$

$$T = T_{\infty}$$

$$p = p_{\infty}$$

Habiendo especificado las condiciones iniciales, las ecuaciones siguen el paso de tiempo

hacia una solución de estado estacionaria. Entonces, se deben "forzar" las condiciones de frontera en el dominio computacional.

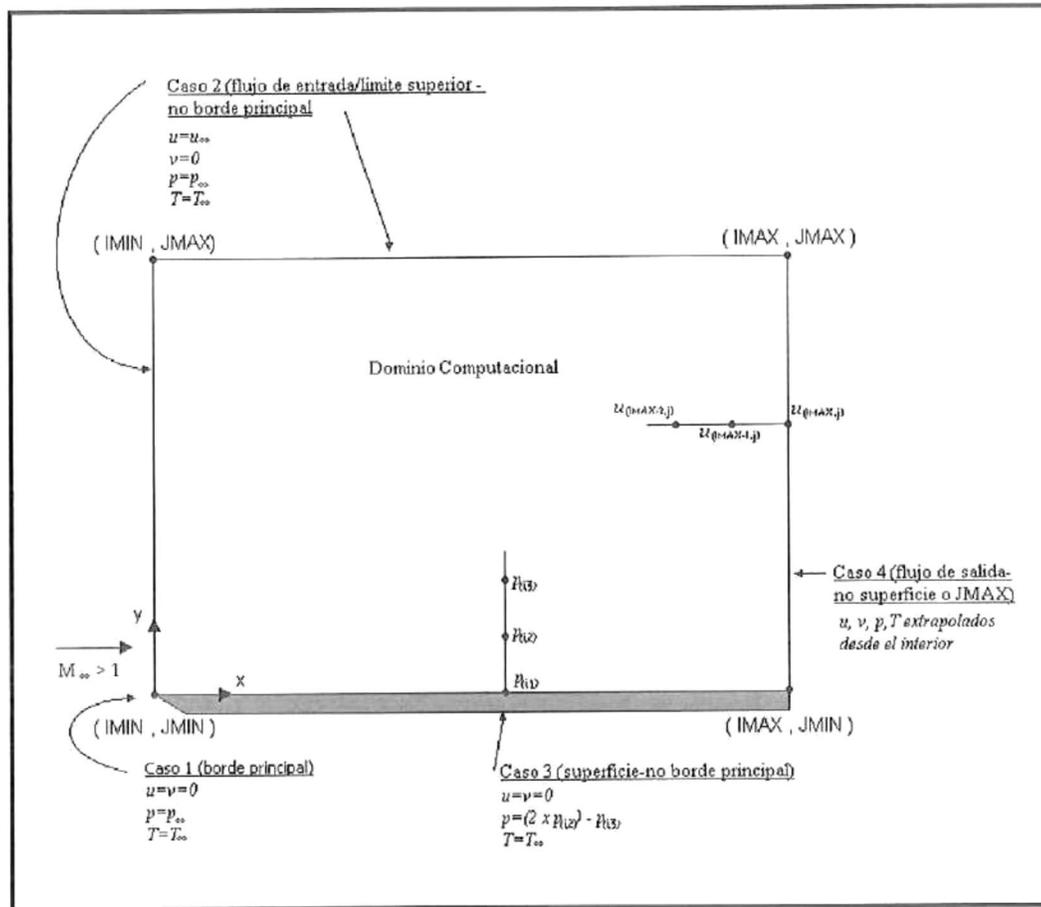


FIGURA 4.5. Aplicación de las condiciones de frontera para el caso de T_∞ fijo a la placa.

Caso 1. En la esquina inferior izquierda [borde principal; $(IMIN, JMIN)$ o $(1,1)$] se impone que $u_{(1,1)} = v_{(1,1)} = 0,0$ y se usa la suposición de que la temperatura ($T_{(1,1)}$) y la presión ($p_{(1,1)}$) tienen sus respectivos valores de flujo libre, T_∞ y p_∞ .

Caso 2. En el lado izquierdo (excepto en el borde principal), se supone que la componente x de la velocidad (u), temperatura y presión tienen sus respectivos valores de flujo libre; y la componente y de la velocidad, (v), es igual a cero.

Caso 3. En la superficie de la placa: $u = v = 0$. Para la temperatura (excepto en el borde

principal, ver caso 1) se usa la suposición que es igual a la temperatura de la pared T . La presión (excepto en el borde principal: ver caso 1) es calculada en la pared extrapolando de los valores en los dos puntos sobre la superficie ($j = 2$ y $j = 3$), como se muestra:

$$p_{(i,1)} = 2p_{(i,2)} - p_{(i,3)} \quad (4.40)$$

Caso 4. Todas las propiedades del extremo derecho del dominio (sin incluir $JMIN=1$ y $JMAX=70$) son calculadas en base a la extrapolación de los dos puntos interiores, en la misma posición j . Por ejemplo, u se determina de la siguiente manera:

$$u_{(IMAX,j)} = 2u_{(IMAX-1,j)} - u_{(IMAX-2,j)} \quad (4.41)$$

Capítulo 5

Descripción del Código

Teniendo una mejor apreciación de lo que hay detrás de la solución completa a las ecuaciones de Navier-Stokes, con las ecuaciones en diferencias finitas de la placa, así como las imposiciones al tamaño de paso y las condiciones iniciales y de frontera, estamos en posición de discutir cómo se organiza el código.

1. El Programa PRINCIPAL conduce todo el código. Sus funciones principales son:
 - a) Establecer las condiciones de flujo, delimitar el dominio computacional, e inicializar las propiedades de flujo en cada locación espacial (i, j) .
 - b) Seguir el código en el tiempo y llamar a las siguientes subrutinas:
 - i. CLCDT para determinar el paso de tiempo apropiado.
2. Los efectos viscosos son considerados en las tres funciones T_{xx} , T_{xy} , T_{yy} , y los efectos de calor en los dos términos Q_x y Q_y . Cada vez que alguno de estos términos de esfuerzo o conducción de calor necesita ser evaluado, la respectiva función es llamada.

3. Una vez que las propiedades internas del campo de flujo son determinadas (ya sea por el paso predictor o corrector), las condiciones de frontera son aplicadas llamando a la subrutina BC.

4. La solución es considerada convergente cuando la densidad en cada punto (i, j) de la malla cambia no más de 1.0×10^{-8} entre pasos de tiempo.

5. Finalmente, la subrutina OUTPUT genera archivos de texto para graficar los resultados.

5.1. El Programa Principal

En las figuras 5.1 y 5.2 se muestra un acercamiento recomendado para organizar el programa principal. IMAX y JMAX delimitan la malla computacional. MAXIT es el número máximo de iteraciones que se quiere codificar para ejecutar, antes de ocurra un error y se detenga; esta técnica se recomienda para probar el código con un par de interacciones previas a las corridas de tiempo extendidas. Para comenzar la ejecución del código se deben especificar (o calcular) las condiciones de flujo libre, así como algunas constantes termodinámicas.

Los siguientes valores son utilizados (SIU):

Número de Mach = 2

Longitud de la placa (L) = 0.00001 m

Valores sobre el nivel del mar para la velocidad del sonido en el flujo libre, su presión y su temperatura, respectivamente = 340.28 m/s, 101325.0 N/m², 288.16 K.

La razón de la temperatura en la pared y la temperatura del flujo libre (T_w/T_∞) se fija

igual a 1.0.

La razón de calores específicos (γ) = 1.4

El número de Prandtl (Pr) = 0.71

Valores de referencia (sobre el nivel del mar) para velocidad y temperatura dinámicas, respectivamente = $1.7894 \times 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$, 288.16 K.

Constante de gas específico (R) = 287 J/(kg · K).

Una vez que estos valores son especificados, las restantes constantes son determinadas usando las ecuaciones que se muestran en las figuras 5.1 y 5.2.

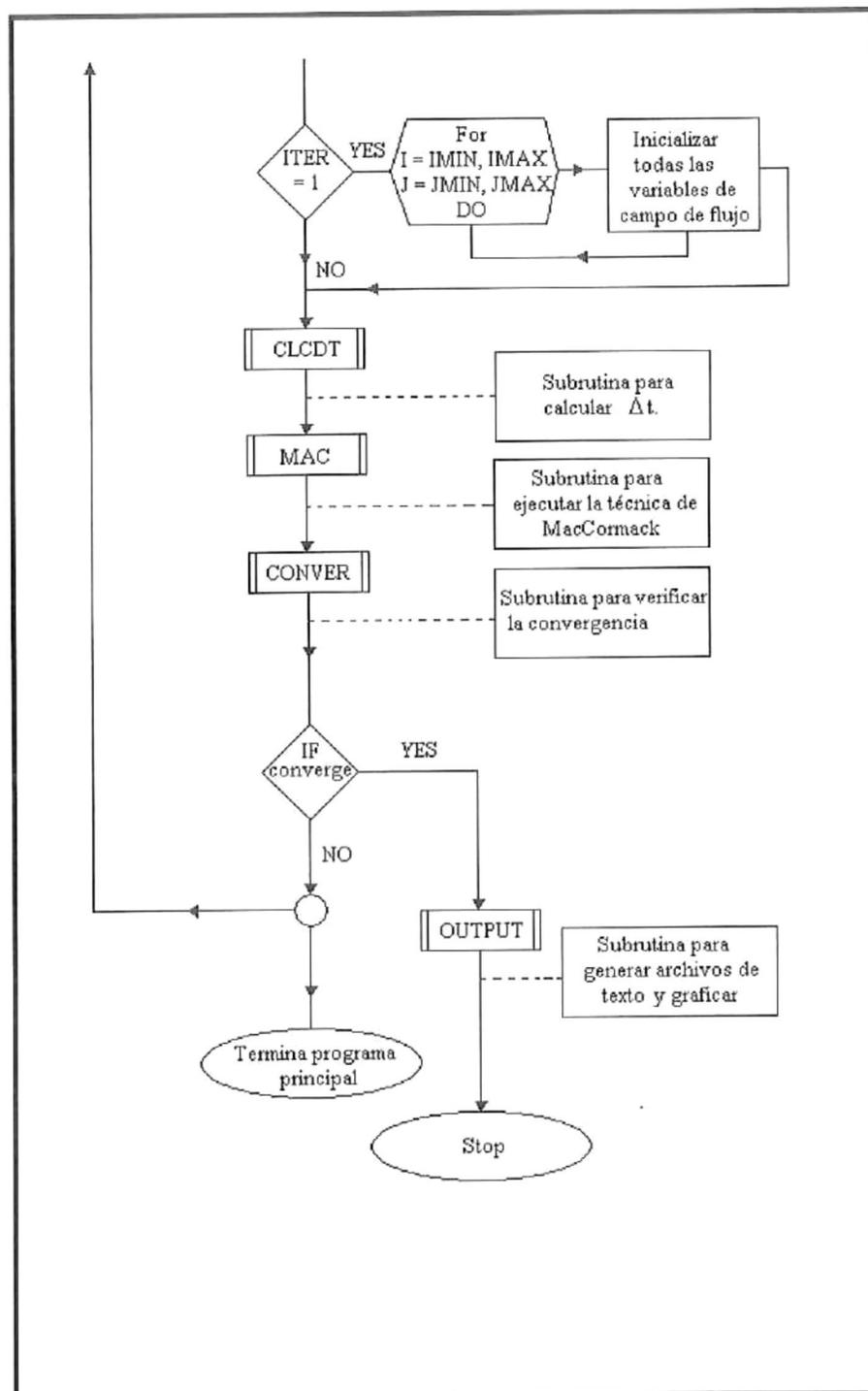


FIGURA 5.2. Diagrama de flujo para el programa principal (segunda parte).

Ahora empezaremos a aplicar la técnica de MacCormack, las figuras 5.3 y 5.4 ayudarán

a organizar los siguientes bloques del código.

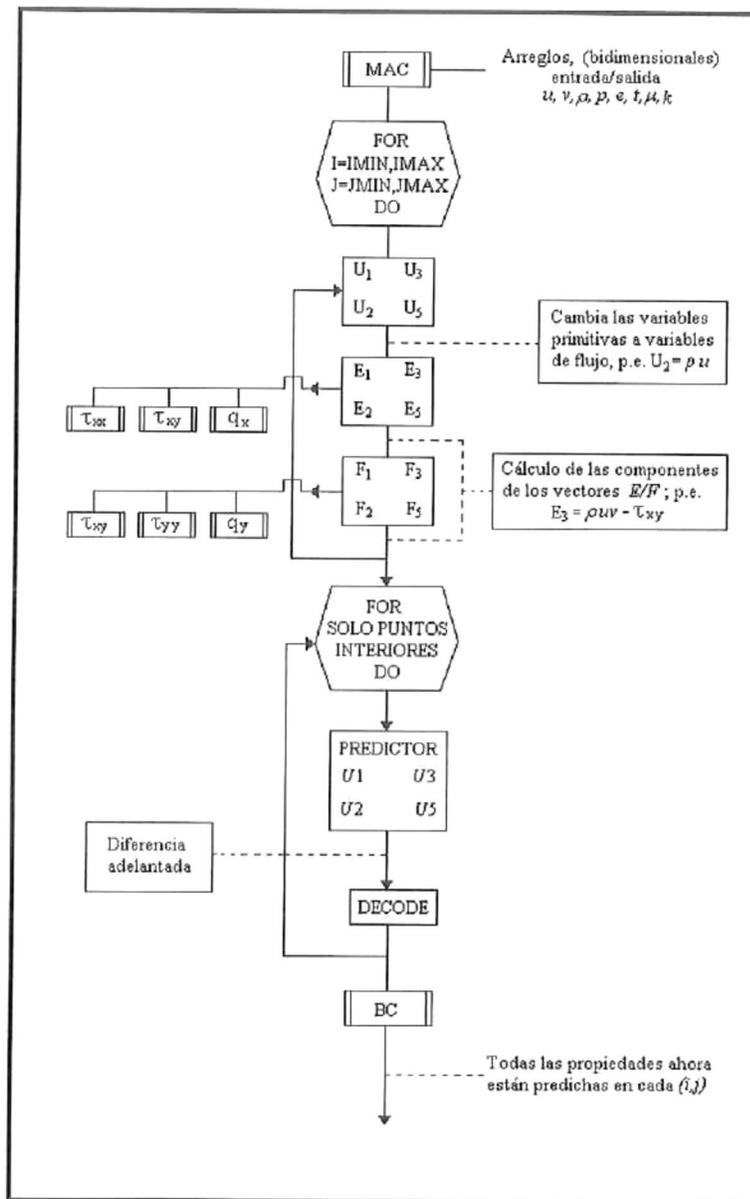


FIGURA 5.3. Diagrama para el bloque de la técnica de MacCormack (primera parte).

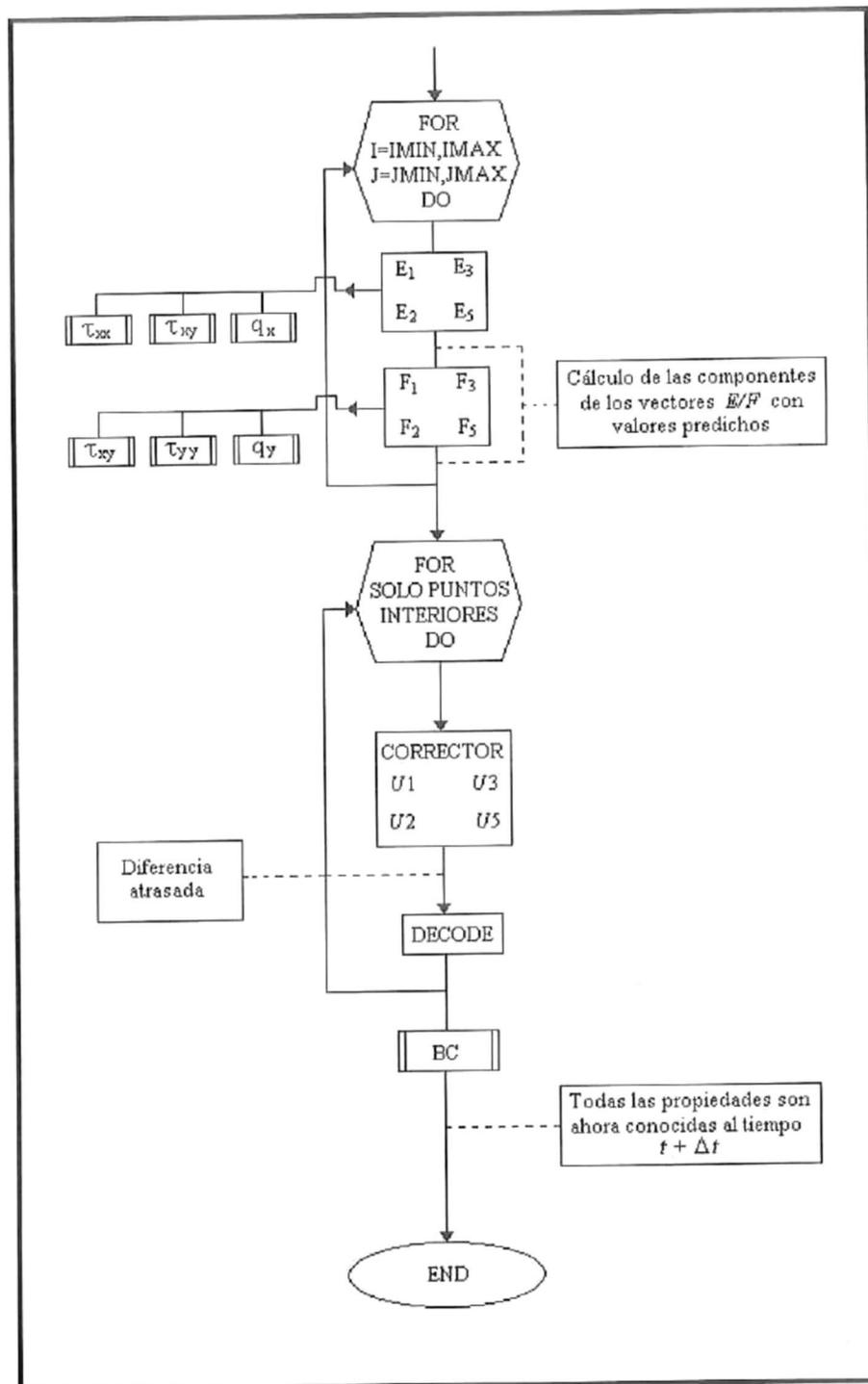


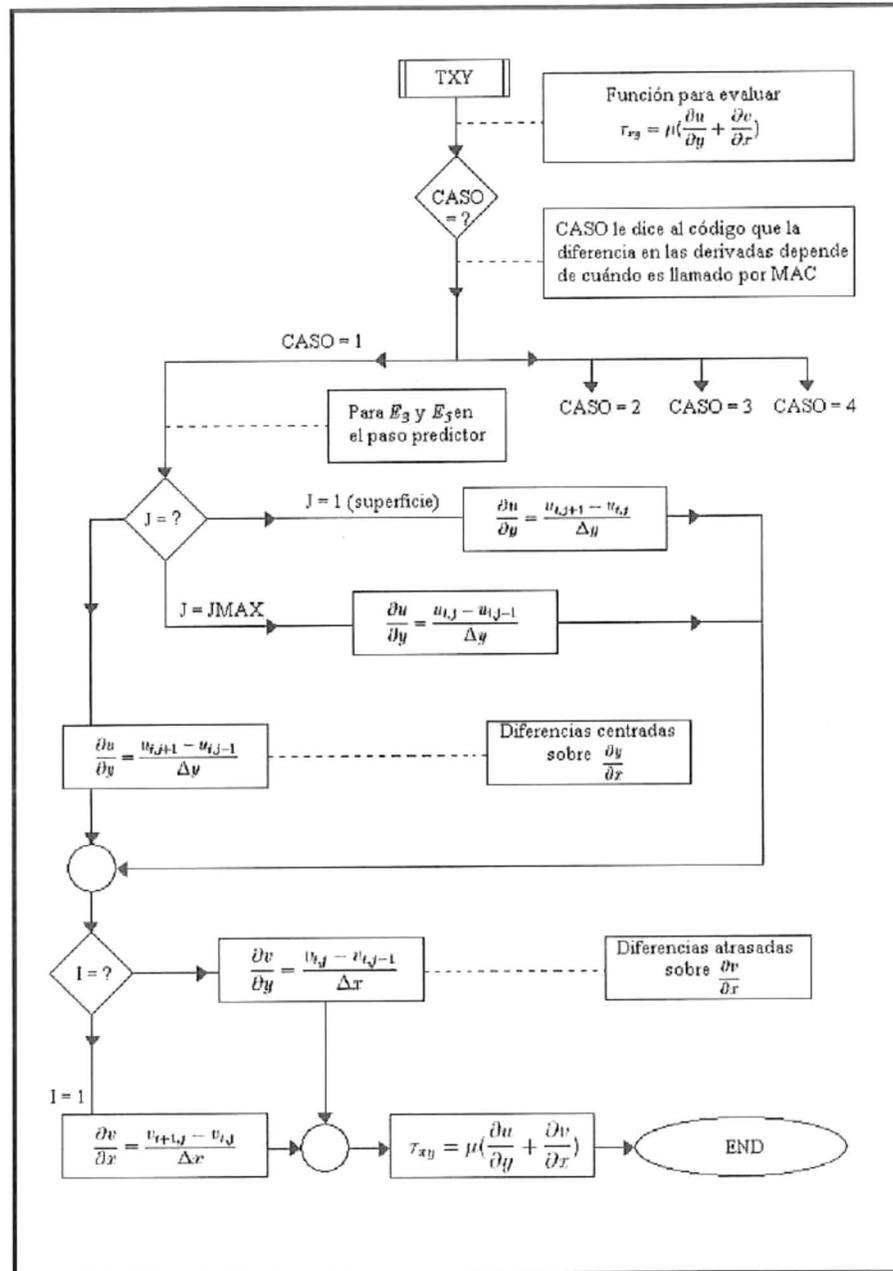
FIGURA 5.4. Diagrama para el bloque de la técnica de MacCormack (segunda parte).

El diagrama de flujo se sigue directamente de discusiones anteriores. Por ejemplo, U_5 , E_2 y F_1 corresponden a términos encontrados en los vectores \vec{U} , \vec{E} y \vec{F} . Nótese que el subíndice número cuatro se reserva para aplicaciones tridimensionales. El diagrama de flujo se explora a sí mismo; sin embargo, se siguen un par de indicaciones:

1. Además de las nueve propiedades de campo de flujo, se deben dimensionar $U_{1,2,3,5}$, $E_{1,2,3,5}$ y $F_{1,2,3,5}$ como (IMAX, JMAX). Adicionalmente, los valores predichos de u para las cuatro componentes (1,2,3,5) deben ser dimensionadas como (IMAX,JMAX).

2. Se debe ser cuidadoso al diferenciar las derivadas encontradas en los términos de esfuerzo tangencial y las condiciones de calor, de acuerdo con las vistas anteriormente. Para ayudar a tener una idea de cómo trabajar con esto, la fig. 5.5 es un acercamiento a la organización de la función T_{xy} . El caso 1 es ejecutado cuando se necesita τ_{xy} para evaluar E_3 y E_5 en el paso predictor.

3. Cuando se decodifiquen los términos de flujo para obtener las variables primitivas, se sigue el procedimiento sugerido en la sección 4.2.3.

FIGURA 5.5. Diagrama de flujo para el subprograma de la función T_{xy} .

Capítulo 6

Resultados

En este capítulo, se presentan los resultados que arrojaron las pruebas del código, el cual reprodujo satisfactoriamente los obtenidos por Anderson (1995), y se muestran algunos resultados de la aplicación del código a la ionósfera de Venus.

6.1. Pruebas del Código.

El flujo que pasa sobre una placa plana es un problema que se esperaría, a primera instancia, fuera muy sencillo debido a la geometría simple del problema, pero a pesar de su relativa simpleza, revela resultados interesantes.

Como ya se mencionó anteriormente, para obtener la solución numérica se utiliza el esquema de MacCormack con dependencia en el tiempo para modelar la solución de un flujo a partir de una condición inicial dada. Todos los términos viscosos fueron incluidos y se permitió que el flujo variara en la dirección x y la dirección y . A continuación se haremos unas observaciones previas a los resultados.

1. La solución converge después de 4400 iteraciones en el tiempo (6700 para el caso de la pared adiabática descrita abajo), cuando se tiene una malla de 70×70 . Reducir el número de puntos en la malla, por ejemplo a 40×50 , acelera la convergencia y a la vez conserva la física del campo de flujo. Para asegurarse que el código es independiente de la malla se corrió con mallas de diferentes tamaños.

2. Al graficar los perfiles de varias propiedades del campo de flujo, se usó una distancia y normalizada, sugerida por Van Driest (1952), y definida como \bar{y} :

$$\bar{y} = \frac{y}{x} \sqrt{Re_x} \quad (6.1)$$

3. Se presentan perfiles de varias propiedades del campo de flujo, adimensionadas por el valor de flujo libre. Dependiendo de las condiciones del flujo una capa límite bien definida es, en ocasiones, indistinguible del frente de choque.

4. También se presentan resultados para el caso de una pared adiabática. Ésto sirve para dos propósitos:

a. Una condición de frontera de una pared adiabática causa cambios significativos en el campo de flujo cuando se compara con el caso de una pared de temperatura constante.

b. Una vez obtenido el código, es relativamente fácil realizar experimentos numéricos. Estos resultados son típicos del “siguiente paso” al expandir el código para su futuro estudio. Una pared adiabática está obligada a cumplir lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_w = 0 \quad (6.2)$$

Los resultados representativos son mostrados de la figura 6.1 a la 6.6.

En la figura 6.1: se grafica la distribución de la presión adimensional sobre la superficie como función de la distancia desde la esquina principal. Algunos aspectos sobresalientes que se pueden apreciar son:

En la región de la esquina izquierda (principal) se aprecian oscilaciones; ésto es consecuencia de una superposición continua en una región discontinua. No es claro si las oscilaciones son un fenómeno real o un efecto numérico. Los resultados muestran que el efecto de estas oscilaciones lejos de la esquina izquierda es despreciable.

Cabe notar que la pared adiabática tiende a incrementar la presión global por encima del caso de la pared de temperatura constante (cerca del 30%). Físicamente, una pared adiabática incrementa la temperatura de la capa límite sobre el valor de la pared a temperatura constante (*Nota:* usualmente la temperatura de la pared adiabática es mucho mayor que el valor de la pared a temperatura constante). Esto da como resultado una densidad relativamente baja lo cual implica una capa límite más gruesa. Por lo tanto, el flujo incidente “ve” un cuerpo más grande, dando origen a una onda de choque más alta sobre la esquina izquierda; ésto incrementa la presión en la región posterior al choque.

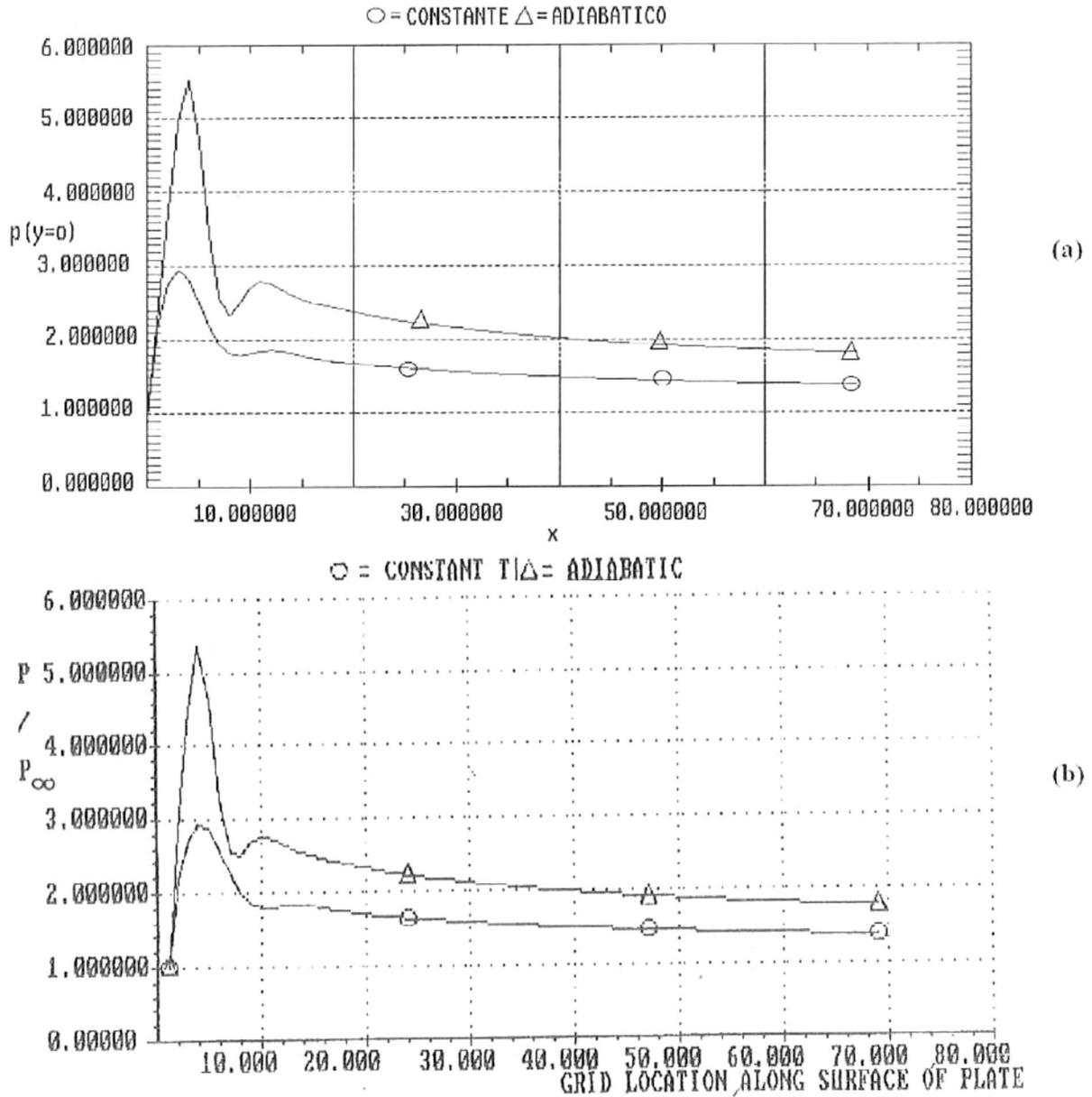


FIGURA 6.1. Comparación entre (b), las distribuciones de presión de Anderson (1995) sobre la superficie de la placa, y (a), los perfiles calculados con el código.

En la figura 6.2: se muestran los perfiles de presión verticales normalizados en la frontera derecha. De nuevo, una pared adiabática tiende a incrementar globalmente la presión en la región posterior al choque. El salto del choque para el caso adiabático es cerca del 35%, lo que indica que el flujo sobre la superficie ha pasado a través de un choque más fuerte.

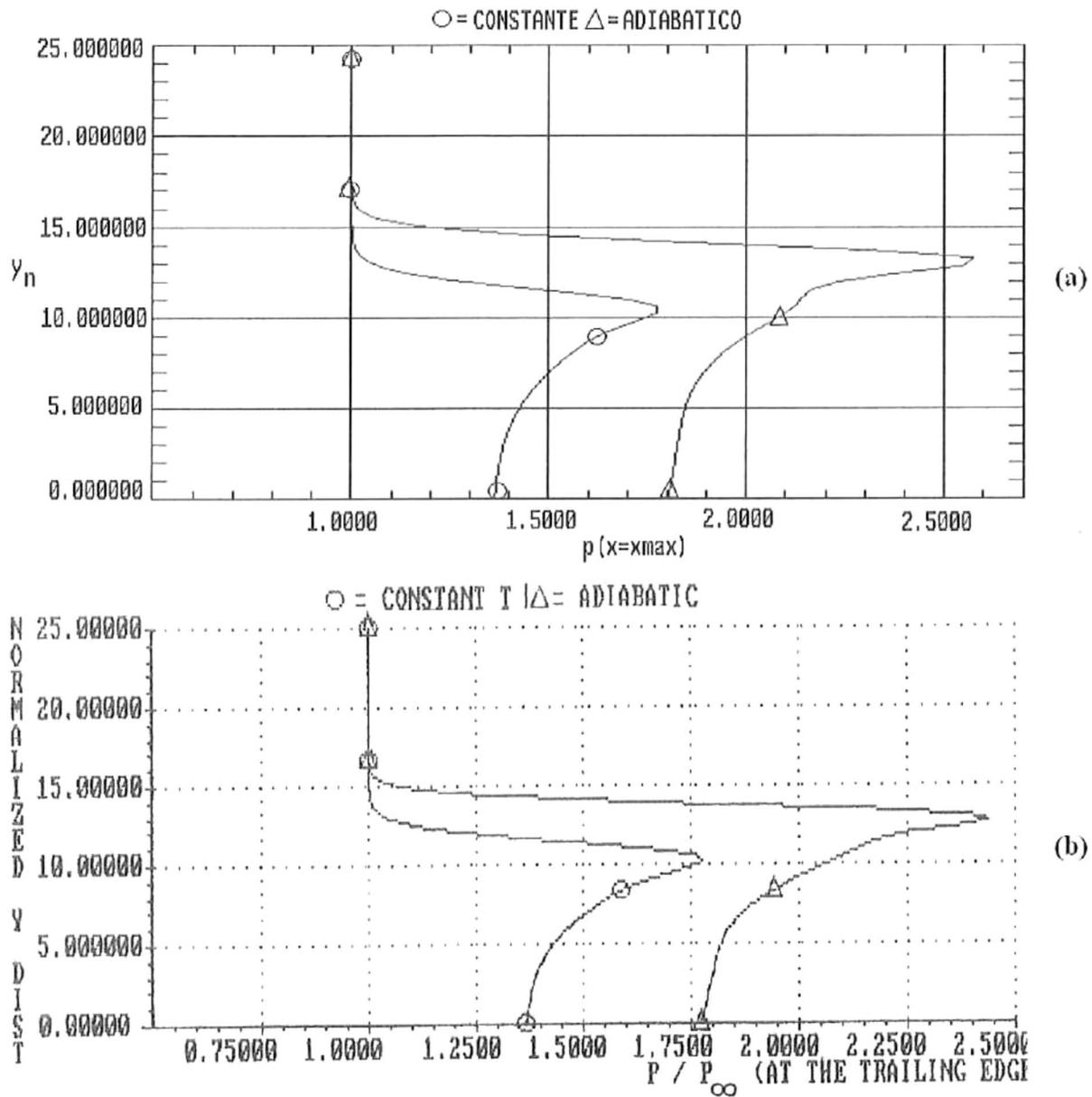


FIGURA 6.2. Comparación entre (b), las distribuciones de presión de Anderson (1995) sobre la superficie de la placa, y (a), los perfiles calculados con el código.

En la figura 6.3, 6.4; tal como se esperaba, el gradiente de temperatura en la placa es cero para el caso de la pared adiabática; en comparación las temperaturas en la capa límite son cerca de 3 veces mayores.

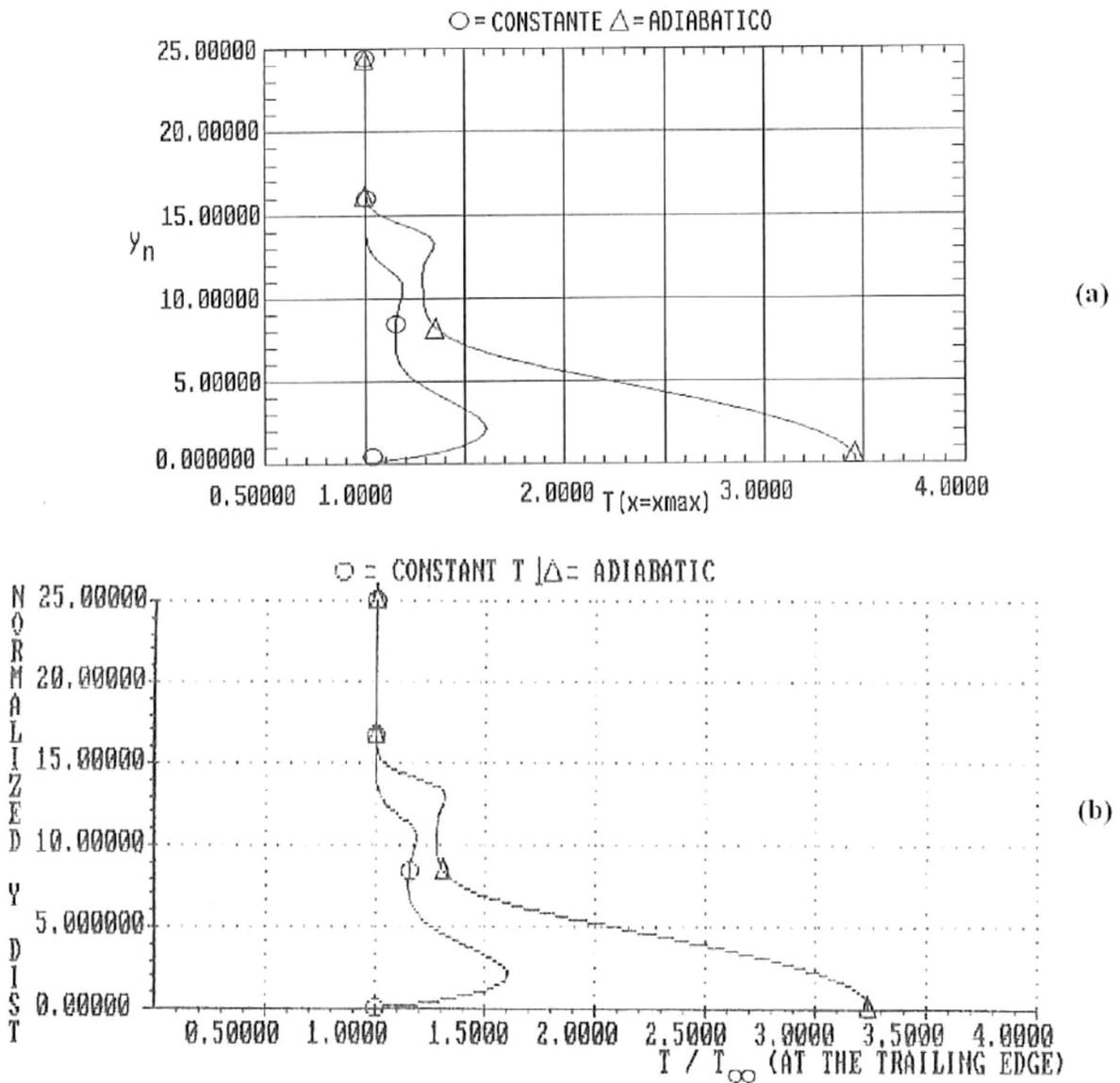


FIGURA 6.3. Comparación entre (b), las distribuciones de temperatura de Anderson (1995) sobre el campo de flujo, y (a), los perfiles calculados con el código.

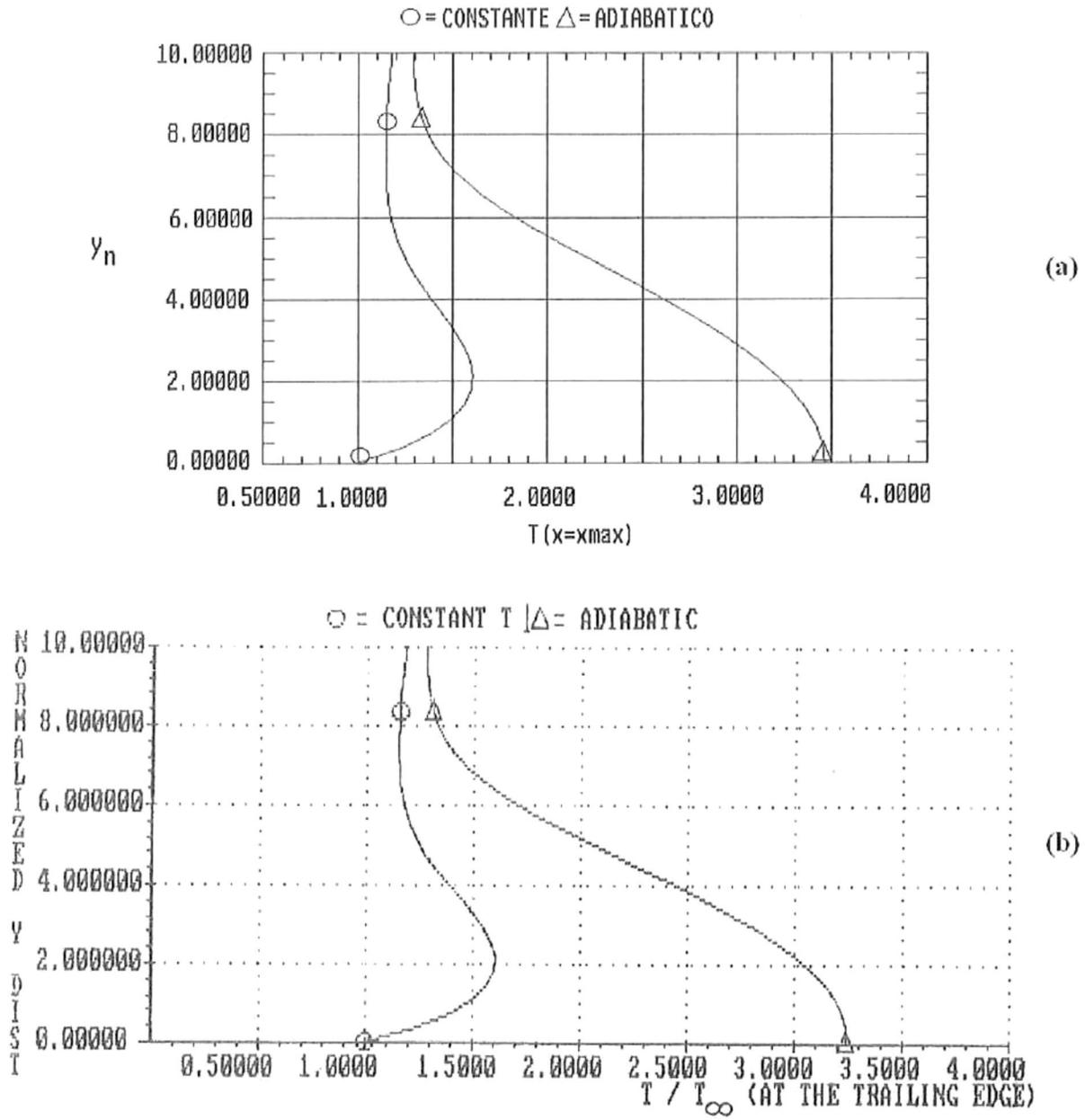


FIGURA 6.4. Comparación entre (b), las distribuciones de temperatura de Anderson (1995) sobre la superficie de la placa, y (a), los perfiles calculados con el código.

En la figura 6.5 se grafica la componente de velocidad u , y se observa que la capa límite es más gruesa en el caso adiabático.

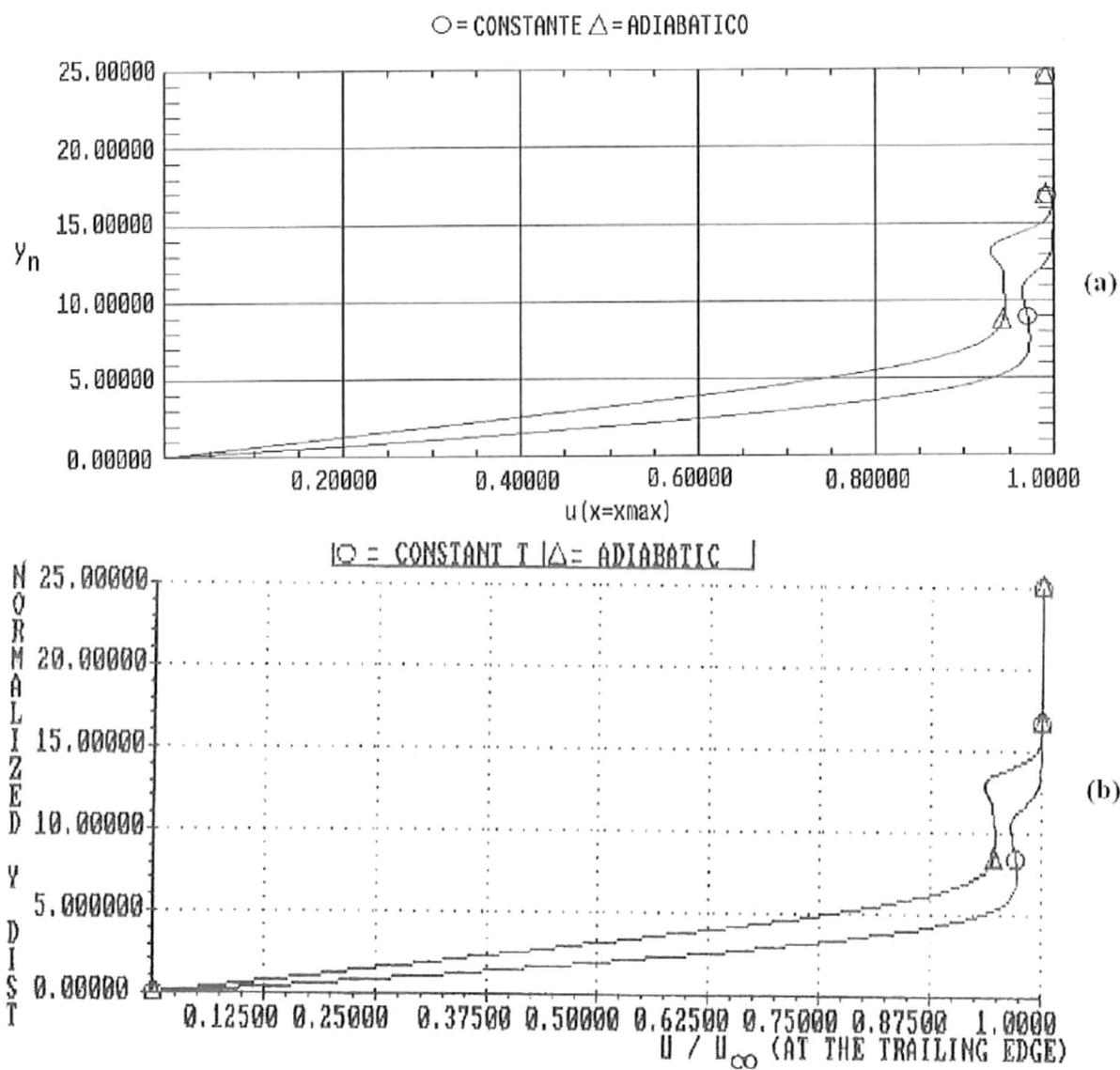


FIGURA 6.5. Comparación entre (a), las distribuciones de velocidad de Anderson (1995) sobre el campo de flujo, y (b), los perfiles calculados con el código.

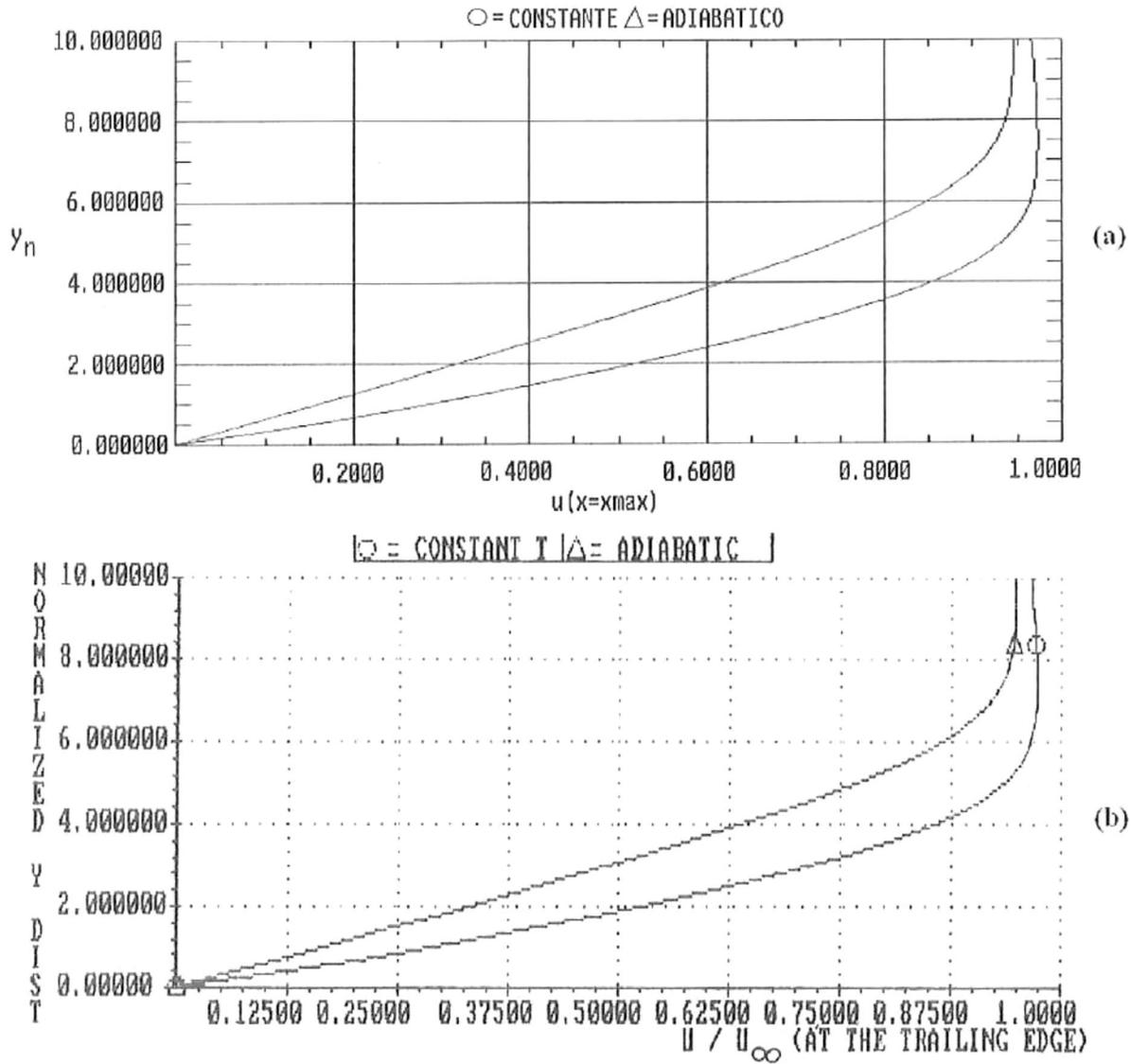


FIGURA 6.6. Comparación entre (a), las distribuciones de velocidad de Anderson (1995) sobre la superficie de la placa, y (b), los perfiles calculados con el código.

Como se puede observar, la correspondencia entre las figuras de Anderson (1995) y las obtenidas con el código desarrollado son muy similares, las sutiles diferencias cualitativas se pueden deber a que Anderson no menciona explícitamente qué valores usó para todas las gráficas, por ejemplo, tamaño de la malla. Pero en general el código reprodujo fielmente los resultados previos, por lo que ahora podemos tener confianza en el código para modelar otras

aplicaciones.

6.2. Aplicación con la Ionósfera de Venus.

La interacción viscosa directa entre el plasma del viento solar y el plasma ionosférico del planeta, ocurre a latitudes muy altas. Whitten et al (1984) estimó que la región de la interacción de tipo plasma-plasma se extiende desde aproximadamente 80° hasta los 140° sobre cada polo magnético (como tradicionalmente se define en términos del prevaleciente IMF). Ésto sugiere que, como una primera aproximación, uno puede despreciar los efectos de curvatura y considerar solamente la frontera donde la ionósfera interactúa con el viento solar como una superficie plana. Aunado a ésto están las extensivas observaciones que hicieron el PVO y otros satélites (Miller & Whitten, 1991) del flujo de velocidades en la ionósfera a gran altitud, las cuales muestran que el flujo es generalmente menor a 5 km/s, una velocidad mucho menor que la del viento solar que fluye en la ionofunda sobre las regiones polares del planeta. Ésto sugiere que una condición de frontera similar a la que presentaría una placa plana en reposo, en la cual no hay deslizamiento, es una buena aproximación para modelar la interacción.

En el modelo sólo se consideran fuerzas de fluido, i.e. no se incluyen efectos del IMF o de cualquier otro tipo de fuerzas de cuerpo. Como discutió Pérez-de-Tejada (1999), el flujo sobre las regiones polares es super-alfvénico, lo cual implica que las fuerzas magnéticas no son un factor dominante al estudiar la dinámica del flujo. Se estima que la única fuerza de cuerpo presente, la fuerza gravitacional, es despreciable en comparación a las fuerzas del flujo. Este problema se desarrolló en 2D en coordenadas cartesianas, donde x representa la distancia a lo largo de la placa, i.e. a lo largo de la dirección Sol-Venus, y la variable y representa la altura sobre la placa, la cual representa la ionopausa en nuestro modelo.

En resumen, se propone modelar la interacción viscosa del viento solar con la ionósfera en los polos magnéticos de Venus, como un flujo 2D inicialmente uniforme a lo largo de una placa plana, como lo ilustra la figura 6.7.

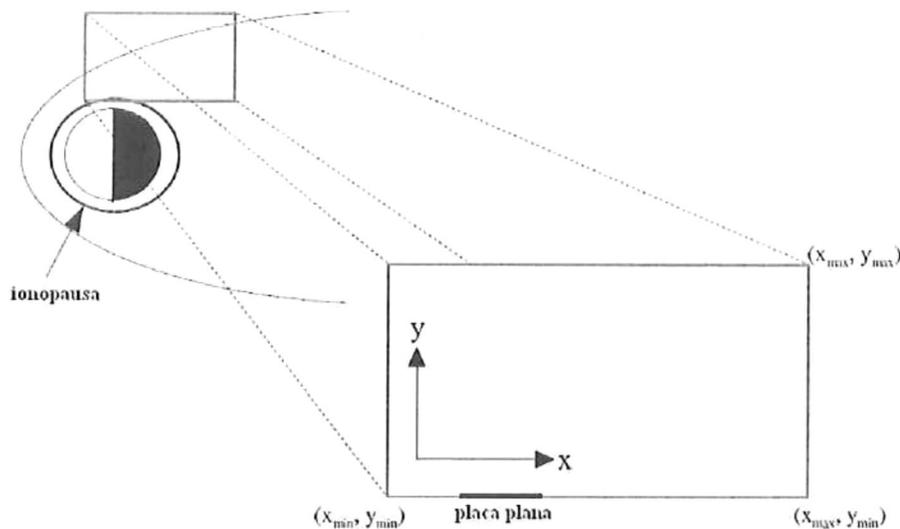


FIGURA 6.7. Esquema del problema. La caja gris representa la región que se está modelando. El Sol está a la izquierda de la figura y la placa plana representa la porción de la ionopausa donde la interacción entre el viento solar y el plasma ionosférico se lleva a cabo.

6.2.1. Parámetros de Referencia.

El valor apropiado del número de Mach M_o , que se usará en nuestra simulación, se tomó de los modelos de Spreiter & Stahara (1980), quienes calcularon el flujo del viento solar a través de Venus sin tomar en cuenta fuerzas viscosas. Como se mencionó anteriormente, es precisamente en la región de los polos magnéticos donde se espera que los efectos viscosos entre el viento solar y el plasma ionosférico sean predominantes. De acuerdo con Spreiter & Stahara (1980), el viento solar chocado que se encuentra en la ionofunda, sobre los polos magnéticos, tiene un valor de $M_o \approx 2$.

Para el número de Prandtl se usa $Pr = 0.71$. Dicho valor corresponde a un gas ideal

monoatómico (Isachenko et al 1977). Cabe mencionar que aunque se use un número de Prandtl ligeramente distinto, i.e., $Pr = 1$, los resultados no cambian significativamente.

El valor de $Re=20$ se tomó de Pérez-de-Tejada (1999), quien estimó el valor del número de Reynolds basado en el grosor de la capa límite de acuerdo con las mediciones del Venera 10 y Mariner 5.

El flujo del modelo caracterizado por $M_o = 2$ y $Re = 20$, se muestra en la figura 6.8.

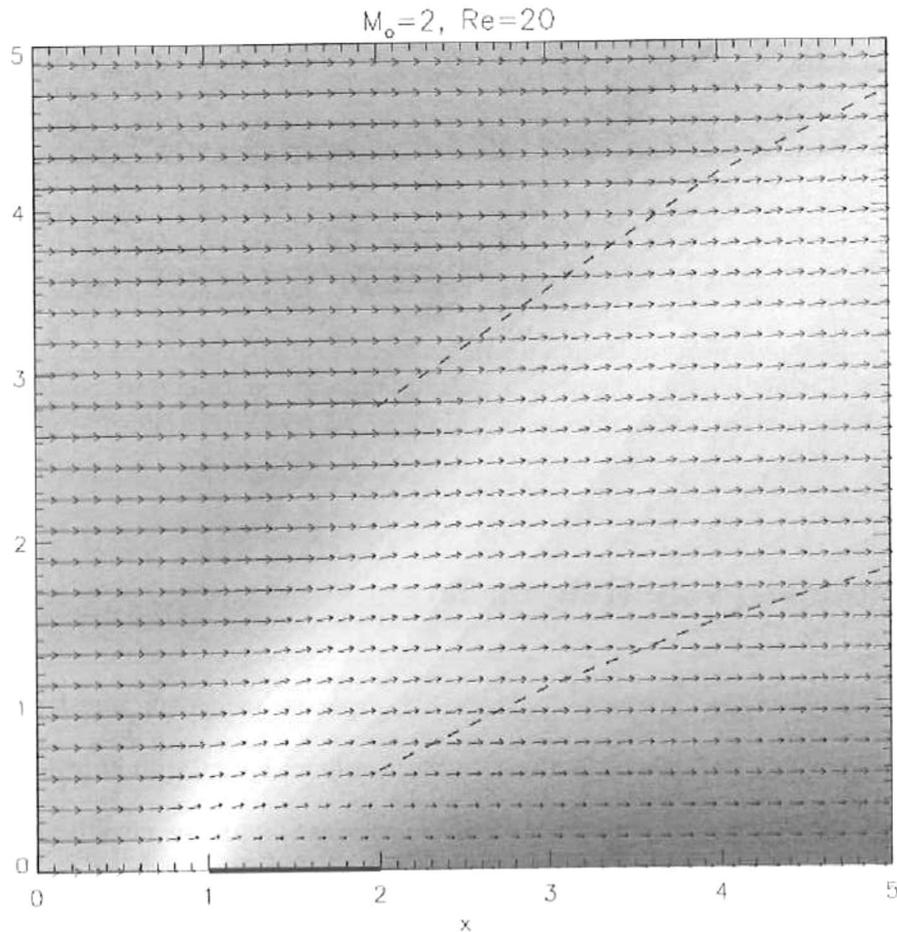


FIGURA 6.8. Campo de velocidad y contornos de densidad para el flujo Venera 10 (Romanov et al. 1979).

En el cálculo hecho se usó una malla de 200×400 puntos, extendiéndose desde $x_{min} = 0$ hasta $x_{max} = 5$ y de $y_{min} = 0$ hasta $y_{max} = 15$. La figura 6.8 muestra sólo una porción del

dominio computacional.

La solución de estado estacionario no sólo depende de las condiciones de frontera, sino que además depende de los números adimensionales básicos del problema; el número Mach del flujo M_o , del número de Reynolds del flujo Re .

Las propiedades del flujo que se observan son:

-La existencia de una fuerte transición (frente de choque) que se extiende hacia arriba conforme el flujo recorre la placa. Antes del frente de choque (a la izquierda), el viento solar no es afectado significativamente por el plasma ionosférico.

-Se observa la existencia de una capa límite de tipo viscoso sobre la placa. La velocidad, densidad y gradientes de temperatura establecidos sobre la placa, son arrastrados más allá de la región de interacción con la placa plana.

-Una zona de estancamiento que precede la esquina izquierda de la placa plana, donde se observa que la disminución de velocidad da lugar a un incremento de densidad y de temperatura.

Las propiedades del flujo sobre el dominio computacional pueden verse en detalle en la figura 6.9, con $M_o = 2$ y $Re = 20$, donde se muestran perfiles para V , T , y ρ en los paneles de arriba, abajo y en medio respectivamente, con los cuales se ilustra el comportamiento de distintas propiedades sobre la placa (su valor real no está dado). Todos los perfiles están trasladados y en algunos casos escalados.

Como se puede ver en la figura 6.9, el perfil vertical de la componente x de la velocidad, V_x , indica la existencia de dos transiciones conforme uno se acerca a la ionopausa. La velocidad primero va de su valor en estado de flujo libre a uno ligeramente menor, cerca de 25 % menos dependiendo de su posición en x . Identificamos esta transición con el choque producido

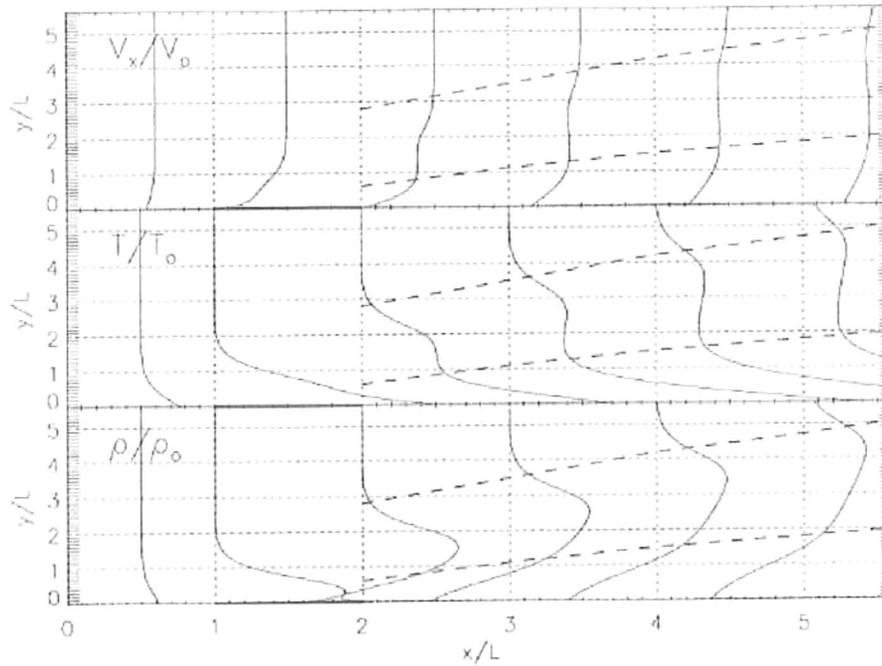


FIGURA 6.9. Perfiles verticales del flujo.

por la capa límite como un obstáculo. Conforme uno continúa acercándose a la ionopausa, la velocidad permanece más o menos constante hasta la vecindad de la frontera de abajo, donde disminuye en una capa límite viscosa. La velocidad disminuye a cero sobre la placa plana. El flujo localizado más abajo, tiene que su componente de velocidad V_x disminuye sólo una pequeña fracción de su valor en la frontera de choque, ya que no hay una condición que lo detenga a cero en la frontera de abajo. La capa límite es advectada en la parte baja del flujo.

Cerca de la orilla izquierda de la placa, donde el viento solar interactúa directamente con el plasma ionosférico, el frente de choque y la capa límite no están claramente separadas. Hay una región de estancamiento donde, conforme el flujo disminuye de velocidad, se acerca a cero la velocidad sobre la placa plana. Ésto también se puede ver en la figura 6.10, la cual muestra una variación de las propiedades del flujo a lo largo del eje x sobre la placa plana.

Los cambios correspondientes en las propiedades del flujo son las siguientes: hay un incremento de temperatura (mostrado en la parte de enmedio de la figura 6.9) en el frente de choque del 50 % en comparación a su valor de flujo libre. También se encuentra un incremento similar en la densidad del gas, como se observa en el panel inferior de la figura 6.9. En la capa límite cercana a la frontera inferior, la disipación viscosa da lugar a un incremento de temperatura cercano al doble de su valor en estado de flujo libre, provocando que el gas se expanda significativamente, como se observa en el panel de abajo de la figura 6.9, el cual alcanza, en su frontera inferior, densidades cercanas a la mitad de su valor de flujo libre. El comportamiento de densidad y temperatura en la zona de estancamiento y cerca de la placa se muestran en la figura 6.10, la cual muestra una variación de las propiedades del flujo justo arriba de la placa. Cabe mencionar que en esta figura el efecto de la región de interacción es observado significativamente lejos del eje principal.

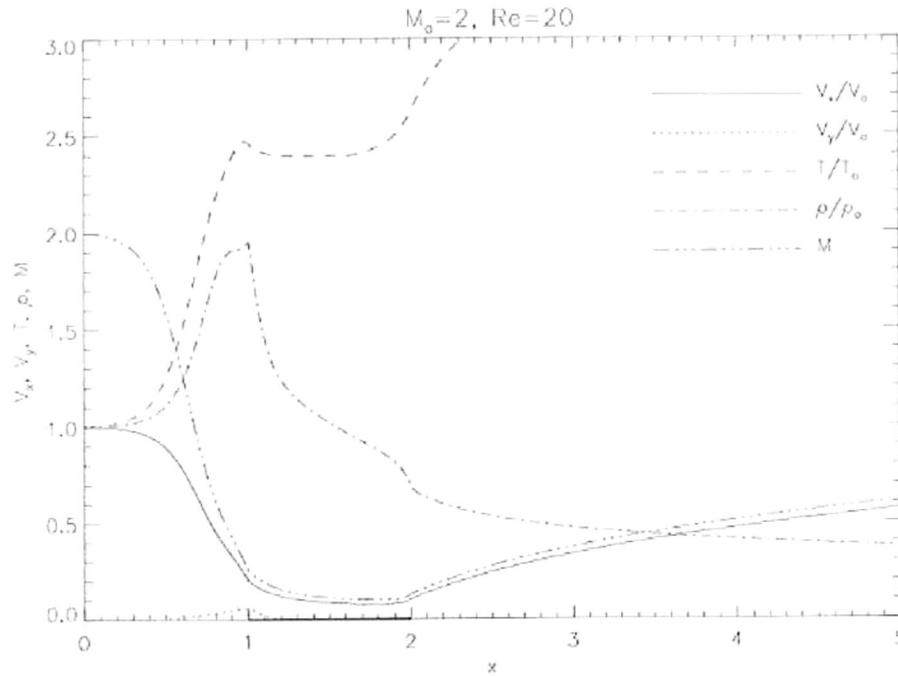


FIGURA 6.10. Perfiles del flujo a lo largo de la coordenada x .

No se ha mostrado el caso para valores de M_o menores que el valor de referencia tomado, ya que no puede ser mucho menor que 2, aunque un valor de $M_o \approx 1.5$ puede ser usado en base a los resultados de Spreiter & Stahara (1980). Usar dicho valor daría resultados muy similares. La única diferencia significativa sería que se produce un frente de choque más alto, con una inclinación asintótica de aproximadamente 10° mayor que la observada en la figura 6.8.

Capítulo 7

Conclusiones

Hemos desarrollado un código 2D de diferencias finitas para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de energía, mismo que se usó para llevar a cabo simulaciones numéricas donde se pudieron reproducir los resultados publicados en la literatura (Anderson, 1995).

Una vez demostrado el buen funcionamiento del código, se realizaron simulaciones hidrodinámicas en 2D de la interacción viscosa entre el viento solar y la ionósfera de Venus en las regiones polares magnéticas, modelando la ionopausa como una placa plana. Los resultados indicaron que, como una consecuencia de la interacción, se espera encontrar lo siguiente:

1. Una capa límite de un grosor que incrementa conforme uno se mueve hacia el lado noche. Los gradientes de velocidad y otras propiedades generadas conforme el flujo pasa sobre la placa, se llegan a observar en regiones bastante alejadas de los polos magnéticos, situados sobre el lado noche.
2. Un frente de choque localizado sobre la capa límite depende del número de Mach del

flujo incidente y del número de Reynolds.

3. Existe una zona de estancamiento localizada a bajas alturas, en la región donde interactúan el viento solar y el plasma ionosférico modelado.

Nuestros resultados demuestran que la hipótesis de un flujo viscoso usada por Pérez de Tejada para explicar la fenomenología observada en Venus, logra dar resultados que concuerdan con las mediciones *in situ*. Aún faltaría determinar un proceso físico que explique la viscosidad anómala para eliminar cualquier duda sobre si en verdad hay efectos viscosos llevándose a cabo.

Bibliografía

- [1] Anderson J., 1989, *Hypersonic and high temperature gas dynamics*, McGraw-Hill, New York.
- [2] Anderson J., 1995, *Computational fluid dynamics: The basics with applications*, McGraw-Hill, New York.
- [3] Biermann J., 1951, *Kometenschweife und solare Korpuskularstrahlung*, *Astrophys.*, 29, 274.
- [4] Brace L., Theis R., Hoegy W., Wolfe J., Mihalov J., Russel C., Elphic R., & Nagy A., 1980, *The Dynamic Behavior of the Venus Ionosphere in Response to Solar Wind Interactions*, *Journal Geophys.*, 85, 7663.
- [5] Bridge H.S., Lazarus A., Snyder C., Smith E., Davis L., Coleman P., & Jones D., 1967, *Mariner V: Plasma and Magnetic Fields Observed near Venus*, *Science*, 158, 1669.
- [6] Cloutier P.A., Taylor H.A., & McGary J.E., 1987, *Steady state flow/field model of solar wind interaction with Venus - Global implications of local effects*, *Journal Geophys.*, 92, 7289.
- [7] De Pater I. & Lissauer J., 2001, *Planetary Sciences*, Cambridge University Press
- [8] Formisano V., Galeev A.A., & Sagdeev R.Z., 1982, *The Role of the Critical Ionization velocity Phenomenon in Production of Inner Coma Cometary Plasma*, *Planetary Space Sci.*, 30, 491.
- [9] Isachenko V., Osipova V., & Sukomel A., 1997, *Heat Transfer* (Moscow: Mir Publ.).
- [10] Knudsen W.C M.K. & Spenner K., 1982, *Improved Venus Ionopause Altitude Calculation and Comparison with Measurement*, *Journal Geophys.*, 87, 2246.

- [11] Luhmann J.G., Russell C.T., & Elphic R.C., 1987, *Characteristics of the Mars-like Limit of the Venus-Solar Wind Interaction*, J. Geophys., 92, 2544.
- [12] Luhmann J., Russell C., Scarf F., Brace L., & Knudsen W., *Time scales for the decay of induced large-scale magnetic fields in the Venus ionosphere*, Journal Geophys.
- [13] MacCormack R. & Lomax H., 1979, *Numerical Solution of Compressible Viscous Flows*, Ann. Rev. Fluid Mech, 11, 289.
- [14] Miller K. & Whitten R., 1991, *Time scales for the decay of induced large-scale magnetic fields in the Venus ionosphere*, Space Sci. Rev., 55, 165.
- [15] Parker E., 1959, *Extension of the Solar Corona into Interplanetary Space*, Journal Geophys., 64, 1675.
- [16] Perez-de-Tejada H., Intriligator D., & Strangeway R., 1986b, *Distribution of plasma and magnetic fluxes in the Venus near wake*, Journal of Atmospheric and Solar., 91, 8039.
- [17] Pérez-de-Tejada H., 2005, *Plasma channels and electron density profiles near the midnight plane of the Venus ionosheath*, Journal of Geophysical Research., 33, 167.
- [18] Pérez-de-Tejada H., 2008, *Fluid Dynamics Force in the Solar Wind Interaction with the Venus Ionosphere*, en preparación.
- [19] Pérez-de Tejada H., 1999, *Viscous Forces in the Velocity Boundary Layers Around Planetary Ionospheres*, Astrophys., 525, L65.
- [20] Romanov S., Smirnov V., & Vaisberg O., 1979, *On the Nature of the Solar Wind-Venus Interaction*, Cosmics., 16, 746.
- [21] Russell C. & Vaisberg O., 1983, *The Interaction of the Solar Wind with Venus*, Venus., 873.
- [22] Shapiro V., Szego K., Ride S., & Svchenko V., 1995, *On the interaction between the shocked solar wind and the planetary ions o the dayside of Venus*, J. Geophys., 100, 21289.

- [23] Spreiter J. & Stahara S., 1980, *Solar wind flow past Venus: theory and comparisons*, J. Geophys., 85, 7715.
- [24] Tannehill J., Anderson D., & Pletcher R., 1997, *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, Taylor & Francis.
- [25] Van Driest E.R., 1952, *Investigation of Laminar Boundary Layer in Compressible Fluids Using the Crocco Method*, NACA Tech., 2597.
- [26] Whitten R., McCormick P.T.; Merrit D., Thompson K.W.; Brynsvold R., Eich C., Knudsen W., & Miller K., 1984, *Dynamics of the venus Ionosphere: A Two-Dimensional Model Study*, Icarus., 60, 317.

Código

```
PROGRAM ns2d
C
C FLAT PLATE TEST
C
C*****
C*****
C
C Programa para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes
C en 2 dimensiones en coordenadas cartesianas.
C Incorporamos la ecuacion de energia.
C
C A diferencia de todas las versiones anteriores usa
C la forma conservativa de las ecuaciones.
C
C  $dU/dt = dF/dx + dG/dy$ 
C
C Donde U es el vector de incognitas a evolucionar, en
C caso de
C ecuaciones en forma conservativa (caso isotermino) son:
C
C densidad, flujo en x y flujo en y
C
C Se usan diferencias finitas centradas de 2do orden
C en el espacio y, con el esquema de MacCormack es
C tambien de 2do orden en tiempo.
C
C Ver Anderson, J.D. Computational Fluid Dynamics, cap. 10.
C
C*****
C*****
C
C DEFINICION DE TIPOS
C
C nvar=numero de variables
C =3 no se resuelve ecuacion de energia
C =4 se resuelve tambien ecuacion de energia
C nxmax = maxima dimension de la malla (incluyendo las
C fronteras. Para un caso dado se lee de run.dat
C
C parameter (nvar=4,nxmax=1000)
C
C NOTA: Cambiar ~~~~~ en todas las subrutinas tambien
C
C integer i,j,k,l,m
C integer ivar,it,icase
C integer nx,ny
C integer nt,nt2,nwrite
C integer irestart
C
C nxmax es la maxima dimension de nx y ny a leerse de
C el archivo run.dat
C
```

```

real u(nvar,nxmax,nxmax),us(nvar,nxmax,nxmax),
& un(nvar,nxmax,nxmax)
real e(nvar,nxmax,nxmax),f(nvar,nxmax,nxmax)
real vx(nxmax,nxmax),vy(nxmax,nxmax),
& vxs(nxmax,nxmax),vys(nxmax,nxmax),
& vxn(nxmax,nxmax),vyn(nxmax,nxmax)
real p(nxmax,nxmax),ps(nxmax,nxmax),
& pn(nxmax,nxmax)
real te(nxmax,nxmax),tes(nxmax,nxmax),
& ten(nxmax,nxmax)
real txx(nxmax,nxmax),txy(nxmax,nxmax),tyy(nxmax,nxmax)
real qx(nxmax,nxmax),qy(nxmax,nxmax)
real x(nxmax),y(nxmax)
real xmin,xmax,dx,ymin,ymax,dy
real vx0,vy0,p0,te0
real en0,et0,d0,vmax
real vxbix,vxbiy,vxbox,vxboy
real vybix,vyb iy,vybox,vyboy
real pbix,pbox,pbiy,pboy
real tebix,tebox,tebiy,teboy
real courno,reyn,mach,gamma,prndtl
real mach2,gamach2
real t,dt,t0
real c1,c2
real cofp,cofT,cofpv,cofvT,cofq
real dprom,vxprom,vyprom
real dxt,dyt
real remin,dmax,vxmax,vymax
real pi,diez
real mu
real tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
C
C*****
C
common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndtl
common /malla/nx,ny,dx,dy
common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
& tebox,vxbiy,vyb iy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
& pboy,teboy
C
C lee el archivo de datos para la corrida RUN.DAT
C
call rundata(xmin,xmax,ymin,ymax,nt,nwrite,irestart)
C
mach2=mach*mach
gamach2=gamma*(gamma-uno)*mach2/dos
C
C*****
C
C Define malla computacional
C Se supone malla uniforme en la discretizacion.
C
print*,'nx=',nx,' ny=',ny
print*,'xmin=',xmin,' xmax=',xmax
print*,'ymin=',ymin,' ymax=',ymax
C
call defmalla(xmin,xmax,ymin,ymax,x,y)
C
print*,'dx=',dx,' dy=',dy
C
C*****CONDICIONES INICIALES Y DE FRONTERA*****
C
C Las condiciones iniciales se generan aqui mismo o

```

```

c se leen de un archivo en caso de que la corrida sea
c un restart (esto se define en run.dat)
c
c   call readinibc()
c
c   print*, 'vx0=', vx0, ' vy0=', vy0
c   print*, 'p0=', p0, ' d0=', d0
c   print*, 'vxbix=', vxbix, ' vybix=', vybix
c   print*, 'vxbox=', vxbox, ' vybox=', vybox
c   print*, 'vxbiy=', vxbiy, ' vybiy=', vybiy
c   print*, 'vxboy=', vxboy, ' vyboy=', vyboy
c
c Inicializa la malla activa y las condiciones de frontera
c
c   call initialize(irestart, u, vx, vy, p, te, t)
c
c   print*, '***** CONDICION INICIAL *****'
c
c Para pruebas sacamos todas las variables a pantalla alrededor
c de la esquina inferior izquierda
c
c   call printvars(u, vx, vy)
c
c*****
c
c Salida de diagnostico, densidad, vel-x, vel-y
c promediadas en la zona activa
c
c   it=0
c   call diagnosticdump(it, t, u, vx, vy)
c*****
c
c Escribe condiciones iniciales en archivos de salida
c
c   open(10, file='tiempos.dat', access='append')
c
c   open(10, file='tiempos.dat')
c   open(11, file='dens.dat')
c   open(12, file='velo.dat')
c   open(13, file='temp.dat')
c
c   write(10, 501)t
c
c   do i=1, nx
c     do j=1, ny
c       write(11, 501)u(1, i, j)+tiny
c       write(12, 502)vx(i, j)+tiny, vy(i, j)+tiny
c write(13, 501)te(i, j)+tiny
c     end do
c   end do
c*****
c
c Calculo del paso de tiempo
c
c   call clcdt(u, vx, vy, dt)
c
c   if(irestart.eq.0)dt=dt/10.0
c
c   print*, 'dt=', dt
c*****
c
c Coeficientes para ecuaciones diferenciales
c
c   c1=dt/dx
c   c2=dt/dy
c

```

```

C
C      cofp=uno/(gamma*mach2)
C      cofT=uno/reyn
C      cofpv=gamma-uno
C      cofvT=gamma*(gamma-uno)*mach2/reyn
C      cofq=gamma/(reyn*prndtl)
C
C      mu=uno
C
C*****
C
C      nt2=nt/nwrite
C
C      Lleva a cabo los pasos de tiempo,
C      los 2 loops mas externos son para evolucionar
C      y sacar los snapshots. Los 2 loops internos
C      son para correr sobre la malla
C
C      do k=1,nwrite
C      do l=1,nt2
C
C      Cada paso de tiempo requiere dos pasos intermedios
C      en el esquema de MacCormack, primero el paso
C      predictor generando las variables us, ds, vxs y vys:
C
C----- PASO PREDICTOR -----
C-----
C      Calculo de Txx, Txy y Tyy. Para cada termino (E,F) y en
C      cada paso (Predictor, Corrector) se define un caso
C      diferente:
C      icase = 1  E en paso Predictor
C      icase = 2  F en paso Predictor
C      icase = 3  E en paso Corrector
C      icase = 4  F en paso Corrector
C
C      Calculo de Txx, Txy y Tyy para E (paso predictor)
C
C      icase=1
C      call taus(icase,vx,vy,txx,txy,tyy)
call clc_qx(icase,te,qx)
C
C      call printaus(txx,txy,tyy)
C
C      Calculo de flujos E (paso predictor)
C
C      do i=1,nx
C      do j=1,ny
C
C      Los valores en mu son para caso M=4
C      M=25
C      generico
C      mu cte
C
C      mu=1.3817*(te(i,j)**1.5)/(te(i,j)+0.3817)
C      mu=1.4494*(te(i,j)**1.5)/(te(i,j)+0.4494)
C      mu=te(i,j)**0.5
C      mu=uno
C
C      e(1,i,j)=u(2,i,j)
C      e(2,i,j)=u(2,i,j)*vx(i,j)+cofp*p(i,j)-mu*cofT*txx(i,j)
C      e(3,i,j)=u(2,i,j)*vy(i,j)-mu*cofT*txy(i,j)
C      e(4,i,j)=(u(4,i,j)+cofpv*p(i,j))*vx(i,j)-
C      &          mu*cofq*qx(i,j)-
C      &          mu*cofvT*(txx(i,j)*vx(i,j)+txy(i,j)*vy(i,j))
C
C      end do
end do
C
C-----

```

```

C
C  Calculo de Txx, Txy y Tyy para F (paso predictor)
C
C      icense=2
C      call taus(icense,vx,vy,txx,txy,tyy)
call clc_qy(icense,te,qy)
C
C      call printaus(txx,txy,tyy)
C
C
C  Calculo de flujos F
C
C      do i=1,nx
C      do j=1,ny
C
C      mu=1.3817*(te(i,j)**1.5)/(te(i,j)+0.3817)
C      mu=1.4494*(te(i,j)**1.5)/(te(i,j)+0.4494)
C      mu=te(i,j)**0.5
C      mu=uno
C
C      f(1,i,j)=u(3,i,j)
C      f(2,i,j)=u(2,i,j)*vy(i,j)-mu*cofT*txy(i,j)
C      f(3,i,j)=u(3,i,j)*vy(i,j)+cofp*p(i,j)-mu*cofT*tyy(i,j)
C      f(4,i,j)=(u(4,i,j)+cofpv*p(i,j))*vy(i,j)-
C      &          mu*cofq*qy(i,j)-
C      &          mu*cofvT*(txy(i,j)*vx(i,j)+tyy(i,j)*vy(i,j))
C      end do
end do
C
C  Avanzamos el paso predictor
C
C      do ivar=1,nvar
C      do i=2,nx-1
C      do j=2,ny-1
C      us(ivar,i,j)=u(ivar,i,j)-
C      &          c1*(e(ivar,i+1,j)-e(ivar,i,j))-
C      &          c2*(f(ivar,i,j+1)-f(ivar,i,j))
C      end do
end do
end do
C
C      do i=2,nx-1
C      do j=2,ny-1
C      vxs(i,j)=us(2,i,j)/us(1,i,j)
C      vys(i,j)=us(3,i,j)/us(1,i,j)
C      vmag2=vxs(i,j)*vxs(i,j)+vys(i,j)*vys(i,j)
C      tes(i,j)=us(4,i,j)/us(1,i,j)-gamach2*vmag2
C      ps(i,j)=us(1,i,j)*tes(i,j)
C      end do
end do
C
C-----
C
C  Actualiza condiciones de frontera EN LAS PAREDES.
C
C      call boundconds(x,y,us,vxs,vys,ps,tes)
C
C      print*, '***** PASO PREDICTOR *****'
C
C      call printvars(us,vxs,vys)
C
C*****
C
C  Vamos al PASO CORRECTOR del esquema de MacCormack
C  pasando de las variables --s a las variables --n
C  que corresponden al tiempo n+1
C
C

```

```

c   Calculo de Txx, Txy y Tyy para E (paso corrector)
c
c       icense=3
c       call taus(icense,vxs,vys,txx,txy,tyy)
call clc_qx(icense,tes,qx)
c
c   Calculo de flujos E (paso predictor)
c
c       do i=1,nx
c         do j=1,ny
c
c           mu=1.3817*(tes(i,j)**1.5)/(tes(i,j)+0.3817)
c           mu=1.4494*(tes(i,j)**1.5)/(tes(i,j)+0.4494)
c           mu=te(i,j)**0.5
c           mu=uno
c
c           e(1,i,j)=us(2,i,j)
e(2,i,j)=us(2,i,j)*vxs(i,j)+cofp*ps(i,j)-mu*cofT*txx(i,j)
e(3,i,j)=us(2,i,j)*vys(i,j)-mu*cofT*txy(i,j)
e(4,i,j)=(us(4,i,j)+cofpv*ps(i,j))*vxs(i,j)-
&          mu*cofq*qx(i,j)-
&          mu*cofvT*(txx(i,j)*vxs(i,j)+txy(i,j)*vys(i,j))
c
c         end do
c       end do
c
c -----
c
c   Calculo de Txx, Txy y Tyy para F (paso predictor)
c
c       icense=4
c       call taus(icense,vxs,vys,txx,txy,tyy)
call clc_qy(icense,tes,qy)
c
c   Calculo de flujos F
c
c       do i=1,nx
c         do j=1,ny
c
c           mu=1.3817*(tes(i,j)**1.5)/(tes(i,j)+0.3817)
c           mu=1.4494*(tes(i,j)**1.5)/(tes(i,j)+0.4494)
c           mu=te(i,j)**0.5
c           mu=uno
c
c           f(1,i,j)=us(3,i,j)
f(2,i,j)=us(2,i,j)*vys(i,j)-mu*cofT*txy(i,j)
f(3,i,j)=us(3,i,j)*vys(i,j)+cofp*ps(i,j)-mu*cofT*tyy(i,j)
f(4,i,j)=(us(4,i,j)+cofpv*ps(i,j))*vys(i,j)-
&          mu*cofq*qy(i,j)-
&          mu*cofvT*(txy(i,j)*vxs(i,j)+tyy(i,j)*vys(i,j))
c
c         end do
c       end do
c
c   Avanzamos el paso predictor
c
c       do ivar=1,nvar
c     do i=2,nx-1
c       do j=2,ny-1
c         un(ivar,i,j)=um*(u(ivar,i,j)+us(ivar,i,j)-
&          c1*(e(ivar,i,j)-e(ivar,i-1,j))-
&          c2*(f(ivar,i,j)-f(ivar,i,j-1)))
c       end do
c     end do
c   end do
c
c     do i=2,nx-1
c       do j=2,ny-1
c         vxn(i,j)=un(2,i,j)/un(1,i,j)

```

```

vyn(i,j)=un(3,i,j)/un(1,i,j)
vmag2=vxn(i,j)*vxn(i,j)+vyn(i,j)*vyn(i,j)
      ten(i,j)=un(4,i,j)/un(1,i,j)-gamach2*vmag2
pn(i,j)=un(1,i,j)*ten(i,j)
      end do
end do
C
C-----
C
C Actualiza condiciones de frontera EN LAS PAREDES.
C
C   call boundconds(x,y,un,vxn,vyn,pn,ten)
C
C
C   call printvars(un,vxn,vyn)
C-----
C
C Actualiza variables en toda la malla (activa + b.c.'s)
C
do ivar=1,nvar
  do i=1,nx
    do j=1,ny
      u(ivar,i,j)=un(ivar,i,j)
    end do
  end do
end do
C
  do i=1,nx
    do j=1,ny
      vx(i,j)=vxn(i,j)
      vy(i,j)=vyn(i,j)
      p(i,j)=pn(i,j)
      te(i,j)=ten(i,j)
    end do
  end do
C
C Terminamos un paso de tiempo, actualiza t
C
C   t=t+dt
C
C Salida de diagnostico, densidad, vel-x, vel-y
C promediadas en la zona activa
C
C   it=it+1
C   call diagnosticdump(it,t,u,vx,vy)
C*****
C
C Calculo del paso de tiempo
C
C   call clcdt(u,vx,vy,dt)
C
C   c1=dt/dx
C   c2=dt/dy
C
C   print*, 'dt=', dt
C*****
C
C Cierra el loop interno de tiempo
C
C   end do
C   write(10,501)t
C
C Salida de un snapshot
C
C   do i=1,nx
C     do j=1,ny
C       write(11,501)u(1,i,j)+tiny

```

```

        write(12,502)vx(i,j)+tiny,vy(i,j)+tiny
write(13,501)te(i,j)+tiny
        end do
        end do
C
C Salida de una serie de archivos para restart, por
C aquello de que truene el programa
C
        open(14,file='rstime.dat')
        write(14,501)t
        close(14)
C
        open(14,file='rsdens.dat')
        open(15,file='rsvelo.dat')
        open(16,file='rstemp.dat')
        do i=1,nx
            do j=1,ny
                write(14,501)u(1,i,j)+tiny
                write(15,502)vx(i,j)+tiny,vy(i,j)+tiny
write(16,501)te(i,j)+tiny
            end do
        end do
C
        close(14)
        close(15)
        close(16)
C
C Cierra loop externo (de salida) de tiempo
C
        end do
C
        close(10)
        close(11)
        close(12)
        close(13)
C
C
C Salida del snapshot final para reiniciar corridas donde nos
C quedamos. Archivos rsdens.dat y rsvelo.dat
C
C
C
        open(13,file='rstime.dat')
        write(13,501)t
        close(13)
C
        open(11,file='rsdens.dat')
        open(12,file='rsvelo.dat')
        open(13,file='rstemp.dat')
        do i=1,nx
            do j=1,ny
                write(11,501)u(1,i,j)+tiny
                write(12,502)vx(i,j)+tiny,vy(i,j)+tiny
write(13,501)te(i,j)+tiny
            end do
        end do
C
        close(10)
        close(11)
        close(12)
        close(13)
C
C*****
C
C Cierra archivos y demas
C
501 format(1pe12.4)

```



```

integer i,j
integer nx,ny
c
real tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
real courno,reyn,mach,gamma,prndtl
real dx,dy
real vx0,vy0,p0,te0,d0
real vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,tebox,
& vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,pboy,teboy
c
common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndtl
common /malla/nx,ny,dx,dy
common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
& tebix,vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
& pboy,teboy
c
c
c La informacion sobre las condiciones iniciales (en
c caso de empezar de t=0) se lee de INITIAL.DAT y la
c de las condiciones de frontera se lee de BOUNDCOND.DAT
c
c Los valores vx0,vy0,p0 y te0 son los valores freestream,
c en nuestro caso en el viento solar
c
open(10,file='initial.dat')
read(10,*)vx0,vy0,p0,te0
close(10)
d0=mach*mach*p0
if(nvar.eq.4)d0=p0/te0
c
open(10,file='boundcond.dat')
read(10,*)vxbix,vybix,pbix,tebix
read(10,*)vxbox,vybox,pbox,tebox
read(10,*)vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy
read(10,*)vxboy,vyboy,pboy,teboy
close(10)
c
c d0 = densidad uniforme en malla activa
c vx0 = velocidad x uniforme en malla activa
c vy0 = velocidad y uniforme en malla activa
c
c dbix = densidad de flujo de entrada por xmin
c vxbix = velocidad x de flujo de entrada por xmin
c vybix = velocidad y de flujo de entrada por xmin
c
c vbox = densidad de flujo de entrada por xmax
c vxbox = velocidad x de flujo de entrada por xmax
c vybox = velocidad y de flujo de entrada por xmax
c
c dbiy = densidad de flujo de entrada por ymin
c vxbiy = velocidad x de flujo de entrada por ymin
c vbyiy = velocidad y de flujo de entrada por ymin
c
c dboy = densidad de flujo de entrada por ymax
c vxboy = velocidad x de flujo de entrada por ymax
c vyboy = velocidad y de flujo de entrada por ymax
c
return
end
c
c
cccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c
subroutine initialize(irestart,u,vx,vy,p,te,t)

```

```

C
C Inicializa las variables del problema (incluyendo las fronteras)
C Si irestart es 1 entonces solo lee los archivos rs*.dat
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C   parameter (nvar=4,nxmax=1000)
C
C   integer i,j
C   integer nx,ny
C   integer irestart
C
C   real tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
C   real courno,reyn,mach,gamma,prndt1
C   real mach2,gamach2
C   real dx,dy
C   real vx0,vy0,p0,te0,d0
C   real vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,tebox,
C   & vxbiy,vyb iy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,pboy,teboy
C   real t0,t,vmag2
C   real u(nvar,nxmax,nxmax)
C   real vx(nxmax,nxmax),vy(nxmax,nxmax)
C   real p(nxmax,nxmax),te(nxmax,nxmax)
C
C
C   common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
C   common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndt1
C   common /malla/nx,ny,dx,dy
C   common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
C   common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
C   & tebox,vxbiy,vyb iy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
C   & pboy,teboy
C
C   mach2=mach*mach
C   gamach2=gamma*(gamma-uno)*mach2/dos
C
C Si la corrida es un restart
C
C   if(irestart.eq.1)then
C     open(13,file='rstime.dat')
C     read(13,*)t0
C     close(13)
C     t=t0
C     open(11,file='rsdens.dat')
C   open(12,file='rsvelo.dat')
C     open(13,file='rstemp.dat')
C     do i=1,nx
C       do j=1,ny
C         read(11,*)u(1,i,j)
C         read(12,*)vx(i,j),vy(i,j)
C       read(13,*)te(i,j)
C       u(2,i,j)=u(1,i,j)*vx(i,j)
C       u(3,i,j)=u(1,i,j)*vy(i,j)
C       vmag2=vx(i,j)*vx(i,j)+vy(i,j)*vy(i,j)
C       u(4,i,j)=u(1,i,j)*(te(i,j)+gamach2*vmag2)
C       p(i,j)=u(1,i,j)*te(i,j)
C     end do
C   end do
C   close(11)
C   close(12)
C close(13)
C   else
C
C Si empezamos desde t=0 entonces

```



```

ca      vvy(1,1)=cero
ca      p(1,1)=pbix
ca      te(1,1)=tebix
ca      uu(1,1,1)=p(1,1)/te(1,1)
ca      uu(2,1,1)=uu(1,1,1)*vvx(1,1)
ca      uu(3,1,1)=uu(1,1,1)*vvy(1,1)
ca      vmag2=vvx(1,1)*vvx(1,1)+vvy(1,1)*vvy(1,1)
ca      uu(4,1,1)=uu(1,1,1)*(te(1,1)+gamach2*vmag2)
c
c      Condiciones de frontera en xmin (excepto leading edge)
c
ca      do j=2,ny
      do j=1,ny
vvx(1,j)=vxbix
      vvy(1,j)=vybix
      p(1,j)=pbix
te(1,j)=tebix
uu(1,1,j)=p(1,j)/te(1,j)
uu(2,1,j)=uu(1,1,j)*vvx(1,j)
      uu(3,1,j)=uu(1,1,j)*vvy(1,j)
      vmag2=vvx(1,j)*vvx(1,j)+vvy(1,j)*vvy(1,j)
      uu(4,1,j)=uu(1,1,j)*(te(1,j)+gamach2*vmag2)
      end do
c
c      Condiciones en ymin (on the plate)
c      Tenemos dos opciones: 1) Twall fija
c                          2) dT/dy = 0 (adiabatic wall)
c
      xplaca1=1.0
      xplaca2=2.0
c
      do i=2,nx-1
      if(x(i).lt.xplaca1)then
c
c      Si NO estamos sobre la placa, antes de la placa
c
vvx(i,1)=dos*vvx(i,2)-vvx(i,3)
      vvy(i,1)=vybiy
c      vvy(i,1)=dos*vvy(i,2)-vvy(i,3)
      p(i,1)=dos*p(i,2)-p(i,3)
c      te(i,1)=dos*te(i,2)-te(i,3)
c
c      else
      if(x(i).gt.xplaca2)then
c
c      Si NO estamos sobre la placa, despues de la placa
c
vvx(i,1)=dos*vvx(i,2)-vvx(i,3)
      vvy(i,1)=vybiy
c      vvy(i,1)=dos*vvy(i,2)-vvy(i,3)
      p(i,1)=dos*p(i,2)-p(i,3)
c      te(i,1)=dos*te(i,2)-te(i,3)
c
c      else
c
c      Si estamos sobre la placa
c
vvx(i,1)=vxbix
      vvy(i,1)=vybiy
      p(i,1)=dos*p(i,2)-p(i,3)
c
c      Twall fija
c

```



```

      real dx,dy
      real vx0,vy0,p0,te0,d0
      real vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,tebox,
      &      vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,pboy,teboy
c
      common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
      common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndtl
      common /malla/nx,ny,dx,dy
      common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
      common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
      &      tebox,vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
      &      pboy,teboy
c
c Las Esquinas siempre se hacen igual pues solo dependen
c de los mismos puntos vecinos
c
      i=1
      j=1
      txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
      &      dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
      txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
      &      (vvx(i,j+1)-vvx(i,j))/dy)
      tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
      &      ct*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
      i=1
      j=ny
      txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
      &      dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
      txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
      &      (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
      tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
      &      ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
      i=nx
      j=1
      txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
      &      dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
      txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &      (vvx(i,j+1)-vvx(i,j))/dy)
      tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &      ct*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
      i=nx
      j=ny
      txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
      &      dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
      txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &      (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
      tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &      ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
c
c El calculo de Txx, Txy y Tyy en las paredes y la malla
c activa depende de cada caso
c
c ----- ICASE = 1 -----
c
c      if(icase.eq.1)then
c
c          do i=2,nx-1
c
c              Pared abajo (placa)
c
c                  j=1

```

```

txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
& dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
& (vvx(i,j+1)-vvx(i,j))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
& ct*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
C
C Pared arriba
C
      j=ny
txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
& dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
& (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
& ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
      do j=2,ny-1
C
C Pared izquierda
C
      i=1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
& dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
& um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
& ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
C
C Pared derecha
C
      i=nx
txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
& dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
& um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
& ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
C Malla activa
C
do i=2,nx-1
      do j=2,ny-1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
& dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
& um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
& ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
      end do
end do
else
C
C ----- ICASE = 2 -----
C
      if(icase.eq.2)then
        do i=2,nx-1
C
C Pared abajo (placa)
C
          j=1
txx(i,j)=(ct*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx-

```

```

      &          dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
txy(i,j)=(um*(vvy(i+1,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &          (vvx(i,j+1)-vvx(i,j))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &          ct*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
C
C Pared arriba
C
      j=ny
txx(i,j)=(ct*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx-
      &          dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=(um*(vvy(i+1,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &          (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &          ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
      do j=2,ny-1
C
C Pared izquierda
C
      i=1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
      &          dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=(vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
      &          (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
      &          ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
C
C Pared derecha
C
      i=nx
txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
      &          dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=(vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &          (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &          ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
C Malla activa
C
do i=2,nx-1
      do j=2,ny-1
txx(i,j)=(ct*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx-
      &          dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=(um*(vvy(i+1,j)-vvy(i-1,j))/dx+
      &          (vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx+
      &          ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
      end do
end do
else
C
C----- ICASE = 3 -----
C
      if(icase.eq.3)then
do i=2,nx-1
C
C Pared abajo (placa)
C
      j=1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
      &          dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)

```

```

txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
&
(vvx(i,j+1)-vvx(i,j))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
&
ct*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)
C
C Pared arriba
C
j=ny
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
&
dot*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
&
(vvx(i,j)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
&
ct*(vvy(i,j)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
do j=2,ny-1
C
C Pared izquierda
C
i=1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
&
dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
&
um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
&
ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
C
C Pared derecha
C
i=nx
txx(i,j)=(ct*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx-
&
dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i,j)-vvy(i-1,j))/dx+
&
um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i,j)-vvx(i-1,j))/dx+
&
ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
C
C Malla activa
C
do i=2,nx-1
do j=2,ny-1
txx(i,j)=(ct*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx-
&
dot*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
txy(i,j)=((vvy(i+1,j)-vvy(i,j))/dx+
&
um*(vvx(i,j+1)-vvx(i,j-1))/dy)
tyy(i,j)=(-dot*(vvx(i+1,j)-vvx(i,j))/dx+
&
ct*um*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j-1))/dy)
end do
end do
else
C
C----- ICASE = 4 -----
C
C icase=4
C
do i=2,nx-1
C
C Pared abajo (placa)
C
j=1
txx(i,j)=(ct*um*(vvx(i+1,j)-vvx(i-1,j))/dx-
&
dot*(vvy(i,j+1)-vvy(i,j))/dy)

```



```

c
c   parameter (nvar=4,nxmax=1000)
c
c   integer i,j
c   integer nx,ny
c   integer ivar,icase
c
c   real t,dt
c   real te(nxmax,nxmax)
c   real qx(nxmax,nxmax)
c   real tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
c   real courno,reyn,mach,gamma,prndtl
c   real dx,dy
c   real vx0,vy0,p0,te0,d0
c   real vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,tebox,
c   &      vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,pboy,teboy
c
c   common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
c   common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndtl
c   common /malla/nx,ny,dx,dy
c   common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
c   common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
c   &      tebox,vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
c   &      pboy,teboy
c
c
c   Las Esquinas siempre se hacen igual pues solo dependen
c   de los mismos puntos vecinos
c
c   Las paredes izquierda y derecha siempre son iguales
c
c       do j=1,ny
c
c   Pared izquierda
c
c       qx(i,j)=(te(i+1,j)-te(i,j))/dx
c
c   Pared derecha
c
c       qx(i,j)=(te(i,j)-te(i-1,j))/dx
c
c   end do
c
c   ----- ICASE = 1 -----
c
c       if(icase.eq.1)then
c
c   Malla activa
c
c   do i=2,nx-1
c       do j=1,ny
c           qx(i,j)=(te(i,j)-te(i-1,j))/dx
c       end do
c   end do
c   else
c
c   ----- ICASE = 3 -----
c
c   do i=2,nx-1
c       do j=1,ny
c           qx(i,j)=(te(i+1,j)-te(i,j))/dx
c       end do
c   end do
c
c   end if
c

```

```

        return
    end
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
    subroutine clc_qy(icase,te,qy)
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
    parameter (nvar=4,nxmax=1000)
C
    integer i,j
    integer nx,ny
    integer ivar,icase
C
    real t,dt
    real te(nxmax,nxmax)
    real qy(nxmax,nxmax)
    real tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
    real courno,reyn,mach,gamma,prndtl
    real dx,dy
    real vx0,vy0,p0,te0,d0
    real vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,tebox,
    &    vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,pboy,teboy
C
    common /numros/tiny,cero,uno,dos,dot,ct,um
    common /params/courno,reyn,mach,gamma,prndtl
    common /malla/nx,ny,dx,dy
    common /inicond/vx0,vy0,p0,te0,d0
    common /bndcond/vxbix,vybix,pbix,tebix,vxbox,vybox,pbox,
    &    tebox,vxbiy,vybiy,pbiy,tebiy,vxboy,vyboy,
    &    pboy,teboy
C
C
C Las Esquinas siempre se hacen igual pues solo dependen
C de los mismos puntos vecinos
C
C Las paredes izquierda y derecha siempre son iguales
C
    do i=1,nx
C
C Pared izquierda
C
        j=1
        qy(i,j)=(te(i,j+1)-te(i,j))/dy
C
C Pared derecha
C
        j=ny
        qy(i,j)=(te(i,j)-te(i,j-1))/dy
C
    end do
C
C
C----- ICASE = 2 -----
C
    if(icase.eq.2)then
C
C Malla activa
C
    do i=1,nx
        do j=2,ny-1
            qy(i,j)=(te(i,j)-te(i,j-1))/dy
        end do
    end do
    else
C
C----- ICASE = 4 -----
C

```



```

parameter (nvar=4,nxmax=1000)
c
integer i,j
integer nx,ny
c
real vx(nxmax,nxmax),vy(nxmax,nxmax)
real u(nvar,nxmax,nxmax)
c
common /malla/nx,ny,dx,dy
c
print*, '-----',
print*, 'DENSITY -----',
do j=12,1,-1
write(6,503)u(1,1,j),u(1,2,j),u(1,3,j),u(1,4,j),u(1,5,j),
& u(1,6,j),u(1,7,j),u(1,8,j),u(1,9,j),u(1,10,j),
& u(1,11,j),u(1,12,j)
end do
print*, '-----',
print*, 'X-VELOC -----',
do j=12,1,-1
write(6,503)vx(1,j),vx(2,j),vx(3,j),vx(4,j),vx(5,j),
& vx(6,j),vx(7,j),vx(8,j),vx(9,j),vx(10,j),
& vx(11,j),vx(12,j)
end do
print*, '-----',
print*, 'Y-VELOC -----',
do j=12,1,-1
write(6,503)vy(1,j),vy(2,j),vy(3,j),vy(4,j),vy(5,j),
& vy(6,j),vy(7,j),vy(8,j),vy(9,j),vy(10,j),
& vy(11,j),vy(12,j)
end do
print*, '*****'
c
503 format(12(f6.3,1x))
c
return
end
c
c

```